

含有新算符的代数运算规则学习的有效样例设计*

张 华 曲可佳 张 奇

(辽宁师范大学心理学院, 大连 116029)

摘 要 为了探索含有新算符的代数运算规则学习的有效样例设计方式, 分别采用“转换标记法”和“解释法”设计“指-对数转换”运算和对数运算的样例, 考察了初中三年级学生代数运算规则样例学习的迁移效果。结果显示: (1)采用“转换标记法”设计的样例可以明显提高“指-对数转换”规则样例学习的迁移效果; (2)采用“解释法”设计的运算样例, 能够明显促进“对数运算规则”的样例学习迁移效果, 并与被试的基础知识有关。

关键词 新算符; 指-对数转换规则; 对数运算规则; 转换标记法; 解释法

分类号 B849:G44

1 问题提出

早期的样例学习研究关注的是问题解决样例的学习对问题解决的促进作用。有研究发现(Cooper & Sweller, 1987), 与单纯的问题解决练习相比, 学习问题解决的样例能够减轻学生的认知负荷, 有助于问题解决规则的学习与运用或问题解决图式的获得。在问题解决的样例学习中, 如果被试不能很好地理解其中的原理或规则, 就倾向于使用一般的问题解决策略(如手段-目的分析)和一些表面策略(如复制-修改策略, copy-and-adapt) (Renkl & Atkinson, 2007), 而这些策略往往会增加外在认知负荷, 影响问题的解决。因此, 在问题解决的样例学习中, 如何根据具体的问题情境, 掌握和运用具体的解题规则是至关重要的(Renkl, Hilbert, & Schworm, 2009)。Carroll (1994)对高中生数学样例学习的研究发现, 高分组学生能够从样例中更快地概括出其中的规则并应用于问题解决中, 而低分组的被试则难以进行规则的总结和相似问题的解决。Renkl (2002)的研究也发现, 成功的学习者在样例学习时所经常使用的一个自我解释策略就是基于

规则进行推理, 即试图去确定样例中的目标结构并对达到目标的规则进行精细加工。这些样例学习的研究结果表明, 问题解决样例学习的关键是能否领悟和正确运用隐含在样例中的问题解决规则。

为了帮助学生更好地领悟和运用隐含在样例中的问题解决规则, 学者们已经开发出一些样例设计方法, 例如: 子目标编码(Catrambone, 1996; 邢强, 莫雷, 2002; 张奇, 林洪新, 2005)、完整与不完整的样例(Atkinson & Renkl, 2007)、样例学习的自我解释(Chi, Bassok, Lewis, Reimann, & Glaser, 1989)、正误样例的对比(Kopp, Stark, & Fischer, 2008; Tsovaltzi, Melis, McLaren, Meyer, Dietrich, & Gogvadze, 2010)、正误样例的组合(Große & Renkl, 2007), 等等。这些样例设计方法在问题解决样例的学习中发挥了一定的作用, 并得到一些实验的证实。

可是, 如果在数学运算样例中出现被试没有学习过的新的代数运算符号(以下简称为“新算符”)时, 由于被试不理解新算符的运算涵义, 就影响了样例学习的效果。例如, 在小学生代数运算规则的样例学习研究中发现, 六年级学生中只有少数被试能够

收稿日期: 2012-09-27

* 国家自然科学基金面上项目资助(项目批号: 30970888)。

通讯作者: 张奇, E-mail: zq55822@163.com

学会运用“完全平方和”代数运算规则,多数被试不能学会运用“平方差”代数运算规则(林洪新,张奇,2007)。究其原因,可能是由于小学生不理解样例中所包含的代数运算符号(如 a^2 和 b^2)的运算涵义。

如何在运算样例中帮助学生领悟新算符的运算涵义,从而掌握新的运算规则,这是样例设计中要解决的一个新课题。当然可以在新算符的旁边加上注释或说明,用来解释新算符的运算含义并说明其运算规则。但是,这样做既增加了样例学习的认知负荷,又降低了样例学习的难度,不利于学生发现能力的培养。所以,如何采用更为简捷而有效的方法设计新算符,帮助学生利用已知的运算规则领悟新算符所表示的运算规则,是一个有待探索的研究课题。张奇、万莹、林洪新和曲可佳(2012)经过对一些算符的认真分析后明确指出,任何新的或学生未知的数学运算符号都可以用学生已知的运算规则或标记来表示,并帮助学生理解新算符的运算涵义。例如: a^2 可以用 $a^2 = a \times a$ 来表示,这样可以帮助未学过乘方运算的学生理解 a^2 的涵义,从而理解和掌握乘方运算的规则。这种新算符的样例设计方法称之为“解释法”,即用学生已知的乘法运算规则来理解未知的乘方运算符号。这种“解释法”不同于以往所采用的文字解释和标注性解释,它可以直接写在运算样例中。采用“解释法”设计运算样例中的新算符能否提高样例学习的效果,需要实验的验证。

用“解释法”可以设计一些运算样例中的新算符,但并不是所有含有新算符的样例设计都适合解释法。例如,指-对数转换运算样例中的对数符号就很难用解释法进行设计。因此,必须开发出适应各种新算符样例学习的多种设计方法。目前开发出的新算符设计方法除了“解释法”还有“逆运算法”和“转换标记法”等。本研究的目的就是采用“转换标记法”设计指-对数转换的运算样例、采用“解释法”设计对数运算的样例,并分别考察这两种设计方法是否能够促进被试对新算符及其所隐含的运算规则的领悟和运用。

所谓“转换标记法”是从“子目标编码”发展而来的。子目标编码是 Catrambone (1994)、Catrambone, Jones, Jonides 和 Seifert (1995)提出的一种促进问题解决样例学习效果的样例设计方法。所谓“子目标编码”,最初是将问题解决样例中的每个解题步骤(子目标)采用解题顺序的编码“标记”出来,使学生更容理解每步运算的子目标以及和问题解决总目

标的关系,这样做可以帮助学生更好地掌握问题的结构和解决问题各个步骤之间的关系,从而帮助他们更好理解和运用解决问题的规则。该方法在问题解决样例的学习中收到明显效果,在二年级小学生学习四则混合运算规则等研究中也取得明显效果(Catrambone, 1996; 邢强,莫雷,2002; 张奇,林洪新,2005)。我们进一步设想,如果在指-对数转换运算的样例中把两者的对应关系“标记”出来,可能更利于学生对转换规则的理解和掌握。其实,这种“标记”方法已经不同于“子目标编码”了。它标记的不是解题的步骤或顺序,而是转换运算的对应关系。可以把它称为“子目标编码”的发展或一种变式。该方法是否有效有待下面实验的验证。

基于上述设想,本研究以初三学生为被试,实验一考察“转换标记”在指-对数转换运算规则样例学习中的有效性,实验二考察采用解释法设计的对数运算样例在对数运算规则样例学习中的迁移效果,同时考察学生的已有知识(指-对数转换规则)对其迁移效果的影响。

根据上述分析,提出以下实验假设:(1)采用转换标记的样例能够促进被试指-对数转换运算规则样例学习的迁移效果;(2)采用解释法设计的对数运算样例,能够有效地提高被试对数运算规则样例学习的迁移成绩,且已掌握相关基础运算规则的被试其学习迁移效果优于未掌握相关基础运算规则的被试。

研究的创新意义在于,在已有样例设计方法的基础上,开发出两种新的用于设计含有新算符运算样例的方法——“转换标记法”和“解释法”,并分别在指-对数转换运算的样例学习和对数运算的样例学习中验证其学习迁移的效果,即新方法的有效性。

2 实验一 转换标记样例对转换运算规则样例学习的促进作用

2.1 实验目的

考察初中三年级学生学习采用“转换标记法”设计的指-对数转换运算样例的迁移效果是否优于学习普通样例的迁移效果。

2.2 实验方法

2.2.1 被试选取

从某城市普通中学的初中三年级学生中通过“前测”筛选出 120 名被试,男生 60 名,女生 60 名,将其编号随机分为 4 个样例学习组:第一组和第二组的被试学习采用“转换标记”设计的样例,第三组

和第四组被试学习普通的运算样例, 每组 30 人。

2.2.2 实验设计

为了验证有无转换标记和样例的数量在样例学习中的促进作用, 采用 2(样例类型)×2(样例数量)二因素被试间实验设计。样例类型包括“有标记”样例和“无标记”样例两种。有标记样例用红色虚线箭头标示出指数与对数的转换, 无标记样例没有任何标示, 除此之外, 两种样例完全相同。样例数量有两种, 一种是 3 个样例; 另一种是 6 个样例。实验以样例学习后的迁移测验成绩作为因变量, 迁移测验包括 6 道测验题, 近迁移和远迁移题目各 3 道。

2.2.3 实验材料:

(1)前测材料: 共有 12 道题目, 前 6 道是指数计算题, 后 6 道题目是对数运算题。

(2)样例学习材料: 样例学习材料包括指数与对数转换运算的样例 6 个。一种是采用“转换标记法”设计的指-对数转换的运算样例; 另一种是指-对数转换运算的普通样例。

(3)迁移测验材料由 6 道指数与对数相互转换的运算题组成, 其中 3 道近迁移题目, 即指数向对数转换的题目; 3 道远迁移题, 即由对数转换为指数的题目。被试完全做对一个测题记 1 分, 做错记 0 分, 远、近迁移测验满分各为 3 分。

2.2.4 实验程序:

(1)前测阶段: 事先将指导语和前测题用 4 号宋体字、1.5 倍行距打印在 A4 白纸上。

组织待选被试安静地坐在自己的座位上。两名被试的前后左右各空出一个座位。实验期间被试不许交流。被试拿到测题纸后即可答题。答完题交卷走出教室。

选择正式被试的标准是答对 4 道及以上指数计算题目、并且答错 4 道及以上对数计算题目的学生, 被选取为正式被试。

(2)样例学习阶段: 事先将指导语和运算样例用 4 号宋体字、1.5 倍行距打印在 A4 白纸上。4 组被试分别在不同的教室内同时学习不同的样例学习材料 15 min。实验环境同前测环境。

(3)迁移测验阶段: 主试收回样例学习材料后即可发给被试迁移测验材料。迁移测验材料用 4 号宋体字、1.5 倍行距打印在 A4 白纸上。迁移测验的时间限定在 30 min 之内。

2.3 结果分析

四组被试远、近迁移测验成绩的平均分与标准差见表 1。

表 1 四组被试迁移成绩的平均分与标准差

样例类型	样例数量	近迁移		远迁移	
		M	SD	M	SD
有标记	3 个	2.63	0.96	2.90	0.55
有标记	6 个	2.63	0.93	2.80	0.61
无标记	3 个	2.00	1.34	2.17	1.26
无标记	6 个	1.93	1.23	2.10	1.30

分别以远、近迁移测验成绩为因变量, 以样例的类型和数量为自变量, 进行二因素方差分析。结果表明, 在近迁移成绩上, 样例类型的主效应差异显著, $F(1,116)=400.00, p<0.05$, 在样例数量上差异不显著, $F(1,116)=1.00, p>0.05$; 两者之间的交互作用不显著, $F(1,116)=0.03, p>0.05$ 。在远迁移成绩上, 样例类型的主效应差异显著, $F(1,116)=1.85, p<0.01$, 样例数量之间的差异不显著, $F(1,116)=25.00, p>0.05$, 两者之间交互作用不显著, $F(1,116)=0.01, p>0.05$ 。

3 实验二: “解释法”样例设计对对数运算规则样例学习迁移的促进作用

3.1 实验目的

考察初中三年级学生学习采用解释法设计的对数运算样例的迁移效果是否优于学习普通样例的学习迁移效果。

3.2 实验方法

3.2.1 被试选取

从实验一的被试中选取 60 名迁移测验成绩得满分的学生, 随机分为第一组和第二组的被试; 从未参加过实验一的初三学生中通过“前测”选取 60 名学生随机分为第三组和第四组的被试。每组被试 30 人。

3.2.2 实验设计

采用 2(被试类型)×2(样例类型)二因素被试间实验设计。自变量是两组不同的被试和两种不同的运算样例, 其中, 被试包括学习过指-对数转换规则的学生和未学习过该规则的学生两部分; 样例类型分为用解释法设计的样例和普通的样例, 因变量是迁移测验成绩。

3.2.3 实验材料

(1)样例学习材料分为二种: 一种是采用“解释法”设计的 6 个对数运算样例; 另一种是用普通方法设计的 6 个对数运算样例。两种样例只是运算步骤的设计不同, 其他均相同。

(2)迁移测验材料由 6 道对数运算题组成, 测验题与样例题目相似但不同。被试完全做对一个测题

记 1 分, 做错记 0 分, 迁移测验满分为 6 分。

3.2.4 实验程序

(1) 样例学习阶段: 事先将指导语和运算样例用 4 号宋体字、1.5 倍行距打印在 A4 白纸上。两组被试分别在不同的教室内同时学习不同的样例学习材料 20 min。实验环境同实验一。

(2) 迁移测验阶段: 主试收回样例学习材料后即可发给被试迁移测验材料。迁移测验材料用 4 号宋体字、1.5 倍行距打印在 A4 白纸上。迁移测验的时间限定在 30 min 之内。

3.3 结果分析

四组被试迁移测验成绩的平均分与标准差见表 2。

表 2 四组被试迁移成绩的平均分与标准差

样例类型	被试类型	迁移成绩	
		M	SD
解释	学过转换规则	5.87	0.73
解释	未学转换规则	2.13	2.56
普通	学过转换规则	4.00	2.57
普通	未学转换规则	2.30	2.00

以样例类型和被试类型为自变量, 迁移成绩为因变量, 进行二因素方差分析。结果表明, 样例类型的主效应差异显著, $F(1,116) = 4.90, p < 0.05$, “解释法”样例的学习迁移成绩明显优于普通样例; 被试类型的主效应差异显著, $F(1,116) = 50.04, p < 0.001$, 学过转换规则被试的样例学习迁移成绩明显优于未学过该规则的被试; 两者之间交互作用差异显著, $F(1,116) = 7.01, p < 0.01$ 。

简单效应检验的结果表明, 对于学过转换规则的被试来说, “解释法”样例的学习迁移成绩明显优于普通样例, $F(1,117) = 8.32, p < 0.01$; 而对于未学过转换规则的被试来说, 普通样例与解释法样例的学习迁移成绩没有显著差异, $F(1,117) = 0.07, p > 0.05$ 。此外, 在“解释法”样例和普通样例中, 两种类型学生的样例学习迁移成绩均存在显著差异, $F(1,117) = 45.73, p < 0.001$; $F(1,117) = 9.48, p < 0.01$, 即学习过指-对数转换规则被试的迁移测验成绩显著高于未学过该规则的被试。

4 讨论

4.1 “转换标记”样例及其数量对样例学习效果的影响

在高中数学教材中, 指数与对数转换规则的运

算例题都没有运用转换标记, 指-对数转换运算一般是经过教师的课堂讲解传授给学生的。本研究考察了有转换标记与无转换标记样例的学习迁移效果, 结果发现, 有转换标记样例的学习迁移效果显著优于无转换标记样例的迁移效果。该实验结果进一步表明, 不仅在问题解决样例和运算样例中加入“子目标编码”可以明显提高问题解决和运算规则的学习迁移效果(Catrambone, 1996; 邢强, 莫雷, 2002; 张奇, 林洪新, 2005), 而且在转换运算样例中加入“转换标记”也能有效促进指-对数转换运算规则的学习, 并提高学习迁移成绩。其原因是, 在运算样例中一般都包括多步运算, 利用“子目标编码”标记运算步骤既可以注明运算步骤的先后顺序, 也可以引起被试对每步运算前因与结果之间逻辑关系的注意。明显的运算标记可以帮助学生清楚地注意到每步运算的结果, 进而通过对每步运算前后因果关系的推理, 理解该步运算的运算规则, 有助于对运算规则的理解和运用。在转换运算样例中加入“转换标记”可以使初学转换运算的学生更清楚地注意到转换运算前后的对应关系, 有利于初学者理解转换运算的逻辑关系, 从而提高对转换规则的理解, 并提高学习效率和效果。

该研究结果对数学课堂教学和教材编写有一定启示意义。在一些有转换运算的数学知识教学中, 教师应该采用转换标记法帮助初学者明确转换前后的对应关系, 使学生更容易理解转换运算的规则和意义。同理, 在教材设计上可以采用转换标记来帮助理解转换关系, 提高学生自主学习的效率和效果。

关于样例的数量对样例学习效果的影响往往受规则的复杂程度和规则变式的数量等多种因素的制约。在以前的有关研究结果中, 运算样例的学习效果受样例数量的影响, 即学习较简单的运算规则需要的样例数量较少; 而学习比较复杂的样例需要的样例数量较多(张奇等, 2005)。本研究的结果表明, 学习 3 个指-对数转换样例与学习 6 个样例的迁移效果没有显著差异。这是因为样例的数量对样例学习效果的影响受指-对数转换规则变式数量的制约。在 3 个指-对数转换运算样例中, 每个样例是一种转换类型(即一种转换变式); 在 6 个样例中每个转换类型各有两个转换样例, 但两者的转换类型数量没有变化。被试不论是学习 3 个样例还是 6 个样例都是学习 3 种类型的指-对数转换。如果被试只通过一个样例的学习就可以掌握一种类型的

转换,那么,与学习两个样例的学习效果就不会有明显的差异。

4.2 “解释法”样例和基础知识对对数运算规则样例学习效果的影响

以前的研究表明,小学生通过运算样例的学习,很难学会“平方差”等代数运算规则(林洪新,张奇,2007)。经分析认为,可能是学生不理解乘方运算的新算符。为此,开发出有助于学生学习新算符的样例设计方法:“转换标记法”和“解释法”。实验一的结果验证了转换标记法的样例设计可以有效促进对数运算符号涵义的学习;实验二的结果则验证了解释法的有效性。在运算样例中采用解释法设计新算符,可以利用学生已知的运算规则理解新算符的涵义。例如:学习过加法运算的小学生可以通过采用解释法设计的运算样例($2 \times 3 = 2 + 2 + 2$; $3 \times 2 = 3 + 3$)学习乘法运算符号的涵义,并学会乘法运算规则。同理,学习过乘法运算的学生也可以通过采用解释法设计的运算样例($a^2 = a \times a$; $b^2 = b \times b$)学习乘方运算符号的涵义,并学会乘方运算规则。这种方法可以推广到许多新算符的样例设计中,对数学知识的课堂教学和教材编写有参考价值。

实验二还考察了相关基础知识对新运算规则样例学习效果的影响。实验结果表明,学习过指-对数转换运算的被试(即实验二中的一、二组被试)明显比没有相关基础知识的三、四组被试在对数运算样例学习上的迁移成绩好。该结果表明,基础知识的学习和掌握是学习新知识的基础,尤其在数学知识的学习中,没有相关的基础知识,学习新知识就会遇到困难。在运算样例的学习中,被试没有相关的基础知识就很难理解新算符的涵义,“解释法”也就失去了作用。Rittle-Johnson, Durkin 和 Star (2009)对美国城市中学生代数运算知识水平与教学方法之间的相互作用效果进行了研究,结果发现,代数运算知识水平较高的学生能够更多地从样例对比的方法中获益。由此可见,在已有知识的基础上学习新知识是知识学习的一般规律,在样例学习中更是如此。

4.3 含有新算符的代数运算样例的设计原则

在代数运算样例中如何设计新算符以及含有新算符的运算样例,可以开发出多种设计方法,例如,在问题提出部分提到的和在两个实验中用过的方法。然而,究竟用什么方法设计运算样例中的新算符和含有新算符的运算样例,要根据新算符的性质和学生的数学基础知识来确定。某种设计方法可

能只适用于某类新算符的样例设计,而不适用另一类新算符的设计。目前,我们正在根据不同的新算符和被试的数学基础知识寻找、尝试一些新的设计方法,并验证其是否有效。

不论用什么方法设计代数运算样例中的新算符和含有新算符的运算样例,其基本原理(或基本原则)是相同的,即利用新旧算符之间的数学逻辑关系和学生已有的数学基础知识,将新算符及其所代表的运算规则用学生已知的旧算符的运算或有助于学生理解新运算规则的标记来“解释”或“说明”,这样就有利于学生对新算符和新运算规则的理解或同化,从而提高运算样例的学习效果。当然,如何运用这个基本原理还要注意到学生对新算符及运算规则的理解能力和知识基础。运用转换标记法和解释法设计的样例既可适当降低样例学习的难度,又不会使学生失去在样例学习中自主领悟新算符的涵义以及发现、概括和运用新规则的机会。相反,如果对含有新算符和新规则的运算样例不加任何“解释”或“标记”的设计,那么,学生在理解新算符或新规则上就会有一定的困难,从而影响样例学习的效果。如果要想让学生从中理解新算符和新规则的涵义,除非学生有足够聪明的理解能力(这样做只适用于个别理解能力强的学生);要么就要增加学习样例的数量(实验表明,增加样例的数量可以增加样例之间对比的机会,从而有助于领悟新算符和新规则)。

5 结论

(1)学习采用“转换标记”设计的运算样例比学习普通样例明显提高了初三学生初学指-对数转换规则的学习迁移效果。

(2)学习采用“解释法”设计的对数运算样例比学习普通样例明显提高了样例学习的迁移效果,并与被试的基础知识有关。

参 考 文 献

- Atkinson, R. K., & Renkl, A. (2007). Interactive example-based learning environments: Using interactive elements to encourage effective processing of worked examples. *Educational Psychology Review*, 19(3), 375-386.
- Carroll, W. M. (1994). Using worked examples as an instructional support in the algebra classroom. *Journal of Educational Psychology*, 86, 360-367.
- Catrambone, R. (1994). Improving examples to improve transfer to novel problems. *Memory and Cognition*, 22, 606-615.
- Catrambone, R., Jones, C. M., Jonides, J., & Seifert, C. (1995).

- Reasoning about curvilinear motion: Using principles or analogy. *Memory and Cognition*, 23, 368–373.
- Catrambone, R. (1996). Generalizing solution procedures learned from examples. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 22, 1020–1031.
- Chi, M. T. H., Bassok, M., Lewis, M. W., Reimann, P., & Glaser, R. (1989). Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science*, 13, 145–182.
- Cooper, G., & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem solving transfer. *Journal of Educational Psychology*, 79, 347–362.
- Große, C. S., & Renkl, A. (2007). Finding and fixing errors in worked examples: Can this foster learning outcomes? *Learning and Instruction*, 17(6), 612–634.
- Kopp, V., Stark, R., & Fischer, M. R. (2008). Fostering diagnostic knowledge through computer-supported, case-based worked examples: Effects of erroneous examples and feedback. *Medical Education*, 42(8), 823–829.
- Lin, H. X., & Zhang, Q. (2007). Effects of worked example learning on learning algebraic operations. *Acta Psychologica Sinica*, 39, 257–266.
- [林洪新, 张奇. (2007). 小学生代数运算规则的样例学习. *心理学报*, 39, 257–266.]
- Renkl, A. (2002). Worked-out examples: Instructional explanations support learning by self explanations. *Learning and Instruction*, 12, 529–556.
- Renkl, A., & Atkinson, R. K. (2007). An example order for cognitive skill acquisition. In F. E. Ritter, J. Nerb, E. Lehtinen, & T. M. O'Shea (Eds.), *In order to learn: How the sequence of topics influences learning* (pp. 95–105). New York: Oxford University Press.
- Renkl, A., Hilbert, T., & Schworm, S. (2009). Example-based learning in heuristic domains: A cognitive load theory account. *Educational Psychol Review*, 21, 67–78.
- Rittle-Johnson, B., Durkin, K., Star, J. R. & Durkin, K. (2009). The importance of prior knowledge when comparing examples: Influences on conceptual and procedural knowledge of equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 836–852.
- Tsovaltzi, D., Melis, E., McLaren, B. M., Meyer, A. K., Dietrich, M., & Gogvadze, G. (2010). Learning from erroneous examples: When and how do students benefit from them? *Lecture Notes in Computer Science*, 6383, 357–373.
- Xing, Q., & Mo, L. (2002). Effects of subgoal encoding of examples on the use of principle in new problem solving. *Psychological Development and Education*, 19(1), 55–59.
- [邢强, 莫雷. (2002). 样例的子目标编码对新问题解决中原理运用的作用研究. *心理发展与教育*, 19(1), 55–59.]
- Zhang, Q., & Lin, H. X. (2005). Worked example learning about the rules of the four fundamental admixture operations of arithmetic. *Acta Psychologica Sinica*, 37, 784–790.
- [张奇, 林洪新. (2005). 四则混合运算规则的样例学习. *心理学报*, 37, 784–790.]
- Zhang, Q., Wan, Y., Lin, H. X., Qu, K. J. (2012). The worked example learning theory on the mathematical operational rule. *Journal of Liaoning Normal University (Social Science Edition)*, 35(1), 47–53.
- [张奇, 万莹, 林洪新, 曲可佳. (2012). 数学运算规则样例学习的理论探索. *辽宁师范大学学报(社会科学版)*, 35(1), 47–53.]

The Effective Design of Worked-example for Learning Algebra Operation Rules Containing New Operators

ZHANG Hua; QU Kejia; ZHANG Qi

(Psychology College of Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract

Most of the previous researches indicated that, after students had learned worked-examples including certain rules, they could master the rules involved to solve problems. However, recent researches have shown that students were able to discover and master new rules through well-designed worked-examples, based on their prior knowledge. Zhang Qi and Lin Hongxin (2005) and Lin Hongxin and Zhang Qi (2007) found that primary school students could learn new mathematic rules with proper design, but these students failed to master algebra rules. One possible reason of this finding was that the students did not understand the meaning of new algebra operators. Therefore, we designed worked-examples of conversion from index to logarithmic form by applying the “method of converting label” and worked examples of logarithmic operations by applying the “method of explanation”. The main objective of our study was to examine the effectiveness of each design method on

worked-example learning.

In order to explore the effect of “method of converting label (design with method of converting label or normal design)” and “number of worked-examples (3 or 6)” on learning conversion from index to logarithmic form, a 2×2 between-subjects factorial design was used in Experiment 1. One hundred twenty 9th grade students participated the experiment in which they were divided into 4 groups to take part in different procedures. Experiment 2 used a 2 (method of design: design with the method of explanation or normal design) $\times$ 2 (learned the conversion rules: yes or no) between-subjects factorial design, in which there were also 120 9th grade students took part and carried on different procedures in 4 separate groups to learn logarithmic operation rules.

There was a significant main effect of “method of converting label”, which is, students who have learned worked-examples with this method performed better than those who haven’t. However, there was no significant main effect of the number of examples or interaction between the method of converting label and the number of examples; In addition, the main effects of both factors (design with method of explanation or normal design; learned conversion from index to logarithmic form or not) were significant. There was also a significant interaction between these two factors. For students who learned the conversion rules, their performance on worked-examples designed with the method of explanation was better than those who learned normal-designed examples. For students without the knowledge of the conversion rules, there was no significant difference between the two groups.

The present study implied that most of the 9th grade students could master the conversion rules from index to logarithmic form and the logarithmic operation rules. Worked-examples designed with the method of converting label significantly improve students’ learning. Worked-examples designed with the method of explanation facilitate transferring, which is related to participants’ previous knowledge.

Key words new algebra operators; conversion rules from index to logarithmic form; logarithmic operation rules; method of converting label; method of explanation