

数学困难儿童的数学估计能力*

华晓腾 司继伟 卢 淳

(山东师范大学心理学院, 济南 250014)

摘 要 对数学困难儿童(简称数困)的数学估计进行探讨有助于理解数困的成因和寻找适当的干预措施。本文在简要回顾数困和估计的概念基础上, 重点对近年来国内外关于数困儿童数学估计(主要是估算和估数)的表现及影响因素、神经基础和相关的干预研究进行了回顾和梳理, 并强调未来对数困儿童的数学估计研究应注重从选取被试、扩展研究范围和加强干预方案设计等方面开展探讨。

关键词 数学学习困难; 数学估计; 估算; 估数; 数字认知

分类号 B844; G447

学习困难又称学习障碍、学业不良、学习无能等, 比较公认的界定是: “学习困难是指在校的学业成绩未达到智力测试的水准”(Fletcher, Morris, & Lyon, 2006)。学习困难主要划分为阅读学习困难(RD: reading disabilities)、数学学习困难(MD: mathematical disabilities)和阅读与数学双困难(RD/MD)。在过去的几十年里, 研究者对阅读学习困难的研究取得了突出进展, 但直到最近十多年来人们才开始更多地关注数困。很少有人质疑阅读能力在当今社会工作和日常生活中的重要作用, 但许多人都低估了算术和其它基本数学能力(如: 基本的几何和测量)的重要性。沈烈敏(2004)认为数困是学龄儿童较为普遍的一种学习困难类型, 指数学学习成绩未能达到智力所提供的学习潜能者。根据不同国家用于界定数困的不同标准, 数困影响着约 3.5%~13.8%智力正常的学龄儿童(Rousselle & Noël, 2008)。而数学估计作为个体数学能力乃至一般解决问题能力的重要成分, 探讨个体的估计能力将为数学教育提供更丰富的

理论依据和支持。不少数学教育研究者和心理学家开始将注意力集中到数困儿童的数学估计上来。本文主要从数困儿童数学估计的表现及影响因素、神经基础和干预几个方面展开论述, 对国内外有关发现进行总结, 以期为进一步的研究提供借鉴。

1 数困儿童数学估计的表现及影响因素

估计是日常生活中广泛需要的一种技能, 与其它数学能力具有密切的相关性, 是灵活应用数学知识的一种适应性问题解决方式。国内学者司继伟(2002)把数学估计界定为“不经过物理操作而迅速给数学问题提供一个近似答案的心理操作过程。”一般认为, 数学估计主要包括计算估计(computational estimation, 简称估算)、数量估计(numerosity estimation, 简称估数)和测量估计(measurement estimation, 简称估测)三种子类型。鉴于国内外与数困有关的估测研究相对罕见, 本文只限于回顾数困儿童的估算和估数相关研究现状。

1.1 数困儿童的估数能力

估数被认为是一种导致数字判断的数学解决问题的形式, 它表明的是一个集合中物体的数量。数量估计的结果尽管类似于感数和计算, 但其表征的过程却是不同的。我们通常所说的“大约是多少”就属于数量估计, 它要求在一种背景中给出一个单位数。Siegler 和 Booth (2005)在对

收稿日期: 2012-02-22

*教育部人文社会科学研究项目基金(批准号: 09YJAXLX014)和山东省自然科学基金项目(批准号: ZR 2010 CM059)资助, 并得到泰山学者建设工程和山东省强化建设重点学科“发展与教育心理学”专项经费资助。

通讯作者: 司继伟, E-mail: sijiwei2000@yahoo.com.cn

数量估计的发展回顾中指出,数量估计就是给出一系列离散物体的数量。数量估计需要将一种非数字式数量表征转化成一种数字表征。目前研究者对数困儿童的估数进行了不少研究,其中大多采用数字线估计形式。数字线估计是将数字转换为数字线上的某个位置(NP 任务),或将数字线的某个位置转换为数字(PN 任务)。

Montague 和 Garderen (2003)曾经采用离散数量任务对学习困难儿童的估数能力和估数策略进行考察,结果表明学习困难儿童的数量估计能力和估计策略均不如正常组儿童。而国内学者使用数字线估计任务的最新研究也证实了这一结论(韩璐璐,张静,黄大庆,陈英和,2010)。除此之外,他们还探讨了数困儿童估数的年龄相关差异,其结果表明随着年级的升高,数困儿童完成数字线估计任务的精确性也在逐渐提高,这意味着他们估数的精确性在逐渐提高。与此同时,数困儿童与普通组儿童的数量估计精确性的差异在逐渐缩小,但是前者始终低于后者。这表明数困儿童数量表征形式的发展比普通儿童晚,而其数量估计的精确性也始终低于普通儿童。这一结论也许可以表明对估数能力而言,数困儿童更多的是能力发展中的延迟,而不是能力上持续的缺陷。国外也已有多项研究表明数困儿童的估数也许受到数字大小线性表征缺乏的阻碍,即当正常儿童已经采用合适的线性表征时,数困儿童还在使用着不合适的对数表征,这导致他们的数量估计能力明显发展不足(Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007; Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008)。除此之外,Geary 等人还对数困儿童的估数能力随年龄的变化进行了考察,并同时探讨了数困儿童估数缺陷的认知机制(Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008)。他们选用数困儿童(数学成就位于后 10%),数学低成就儿童(数学成就位于后 11%~25%)和正常组儿童,并分别对他们在一年级和二年级时在数字线任务上的表现进行研究。数据表明在每个年级,数困儿童在数字线定位上的准确率均较低,且他们更多地依赖对数表征系统;而数学低成就组的表现在一二年级时与数困组更相似,而在二年级时与正常组更相似,这一结果表明数学低成就组的数字线估计的准确性随年级的升高而提高。在标准成就测验中,男性的成绩往往好于女性。那么在估数中

是否也存在类似的性别差异呢?McDonald (2010)在其博士论文中对有数困个体的数字线估计进行了考察,并没有发现性别差异。这也就是说在数量估计上,有数困的男女表现相当。

除使用数字线任务,也有研究者使用其它方式对估数进行了探讨。例如司继伟、陈小凤和徐继红(2008)使用图形材料考察了不同学业水平儿童的估数,结果显示:不同数学学业水平的儿童在数量估计准确性上有显著差异,即数困儿童的估数准确性明显不如正常儿童。最近 Mejias, Mussolin, Rousselle, Grégoire 和 Noël (2011)要求数困儿童和正常组儿童进行符号数字(阿拉伯数字)和非符号数字(点集)估计,结果也证实了这一结论。这均与上述使用数字线考察被试的估数能力的研究发现一致。可见数困儿童的估数表现不受所用任务的影响。

同时也有研究者考察了其它类型障碍个体的估数能力,这为理解数困个体数量估计相对较差的原因提供了重要参考。主要包括对阿尔茨默患者(又称老年痴呆患者)和聋童的研究。已有研究发现阿尔茨默患者的颞叶和顶叶都有不同程度的损伤(Hirao 等, 2005),而 Gandini, Lemaire, Anton 和 Nazarian (2008)等多项研究均表明与数量有关的加工激活了颞-顶叶区。对于聋童来说,他们由于听力受损而语言贫乏,从而不利于他们数学概念的形成和发展。从上述我们可以看出阿尔茨默患者和聋童相比于同龄人更可能有数困,有研究者对其进行了考察。如 Gandini, Lemaire 和 Michel (2009)对健康老年人和阿尔茨默患者在点阵集合中的估计进行了分析。他们的结果显示在策略使用和策略执行中都发现了痴呆相关差异,即阿尔茨默患者对点阵的估数能力显著低于正常人。而 Bull 等(2011)最近研究发现聋童在数字和数学能力上落后于听力正常的同龄人。虽然聋童在算术和数学推理上的成绩都比较差,但他们在数字线估计中的精确性更差。对聋童来说,在数字线估计中准确性越高,在数学成绩测验上的得分就越高。

数困儿童在符号数的数量理解表征上存在困难,这与 Landerl, Bevan 和 Butterworth (2004)对发展性计算障碍 (developmental dyscalculia, 简称为 DD)儿童的研究结果基本一致。DD 是指个体拥有正常的智力、教育机会和社会背景,但是在

数概念理解、计算事实提取及计算程序执行等方面存在严重困难(Shalev, Auerbach, Manor, & Gross-Tsur, 2000)。他们在研究中采用基本的数字加工任务, 结果发现 DD 儿童不能理解基本的数字概念, 特别是数量概念, 他们不能以正常的方式表征和加工数量。这意味着数困儿童和 DD 儿童都可能存在数量表征缺陷(肖前国, 2009)。而计算障碍的影响是持续且终身的, 最近有研究者对 DD 成人的数字估计进行了考察, 结果表明 DD 成人估数准确性低于非 DD 成人(Mejias, Grégoire & Noël, 2011)。这一结果显示在儿童时期曾遭遇过 DD 的成人持续表现出较不准确的数量表征, 即儿童时期的 DD 可以延续到成人, 在个体的整个生命历程中继续着。

上述研究发现一致显示, 在数量估计能力上, 数困儿童和有特殊障碍儿童比正常发展儿童逊色。

1.2 数困儿童的估算能力

估算或叫做计算的估计能力, 是个体未经过精确计算而只借助原有知识对问题提出粗略答案的一种估计形式, 是心算、数概念和算术计算技巧之间相互作用的过程(司继伟, 2002)。估算作为一种常用的数学计算能力, 具有下列 4 个特性: (1) 是以内在的方式出现, 不借用纸笔的计算方式; (2) 是快速的心算; (3) 所呈现的答案不是精确的, 而是一个大约的数, 但其结果经常是重大决定的依据; (4) 能对问题的答案, 做一个粗略的演算过程(Bestgen, Reys, Rybolt, & Wyatt, 1980; Reys, Trafton, Reys & Zawojewski, 1984)。估算作为估计的一个重要组成成分, 在数学学习和日常生活中都发挥着重要作用。国内外已有不少学者对数困儿童的估算能力进行了深入探讨和考察。

Albertson (1996) 曾经在早期研究中对学习困难学生和其他学生的估算成绩进行过初步比较。我国学者则对小学六年级数困和学优儿童的估算能力进行深入研究, 结果发现: 数困儿童在估算类型、数字类型、四则运算及总的估算能力上的表现均显著低于学优儿童, 这一研究表明数困儿童的估算能力普遍较差, 且他们在所有估算任务上的表现均不如正常组(司继伟, 徐继红, 张云仙, 2006)。张云仙(2008)的研究进一步证实了这一结论。如同关于数困儿童的估数研究一样, 也有研究者探究了数困儿童在估算方面是否存在性别差

异。张云仙(2009)在之前研究的基础上进一步考察了数困儿童估算的性别差异, 结果在估算类型和不同数字类型的估算表现上并未发现性别差异。这与估数的有关研究结论是一致的。除此之外, 她还探讨了估算策略的运用, 数据显示数困儿童的策略有效性和灵活性均相对较差。这一系列研究发现表明数困儿童的估算成绩差, 且不能够灵活有效地运用策略。上述的研究都是采用生成式任务来考察个体的估算, 而 Rousselle 和 Noël (2008) 则使用加法验证任务来检验三年级数困儿童、三年级成绩正常儿童和二年级成绩正常儿童近似计算的适应性运用。结果证实了两个数学正常成就组近似计算的运用, 而在数困组却没有发现近似计算的运用。

对学习困难个体估算的研究不仅应关注数学困难和阅读困难, 还应关注数学和阅读双困难。Hanich, Jordan, Kaplan 和 Dick (2001) 把儿童分为数学正常但阅读困难、数学和阅读均困难、阅读困难但数学正常和数学与阅读均正常四个成就组, 结果发现数学正常但阅读困难组与数学和阅读均困难组在近似计算能力上相当, 但均比数学与阅读均正常组差, 这表明只要个体产生了数学困难, 不管他的阅读能力如何, 他们的估算能力都会比数学与阅读均正常组差, 可见数学困难个体的估算能力差并不受或很少受阅读困难的影响。这一结果先后得到了两项研究的证实(Jordan, Hanich, Kaplan, 2003; Cirino, Fletcher, Ewing-Cobbs, Barnes, Fuchs, 2007)。上述研究结果显示, 数困儿童的估算能力和估算成绩显著低于同龄正常儿童。

1.3 数困儿童数学估计能力的影响因素

数困儿童的数学估计能力主要受到认知和情感因素的影响。同时也受到注意力是否集中及持久等因素的影响。张云仙和司继伟(2006)曾对数困儿童估算的情感因素进行了探讨, 发现数困儿童的估算表现主要受到情感认同的影响, 而估算情感认同是个体对自己估算能力的评价, 主要体现为他们在进行估算时自信心不足, 对自己实际应用估算能力的评价过低且怀疑自己的估算能力。学习困难儿童与学优儿童相比, 更容易犯各种错误(如: 盲目猜测错误、运算规则执行错误、小数点位置错误和位值错误)。除此之外, Passolunghi (2011) 最新研究证明数学焦虑水平可以预测数困。可见, 在情感方面, 情感认同和数学焦虑都对数

困儿童的数学估计产生了影响。

与此同时也有研究者考察了认知能力与估算的联系。Seethaler 和 Fuchs (2006)考察了三年级学生的各种认知能力、不同方面的数学成绩同估算的关系,结果发现不同数学技能(低、中、高)成绩组个体的估算能力存在显著差异,低数学技能成绩组学生的估算技能最差;该研究同时揭示算术数字排列技能、非言语推理、概念形成、工作记忆和分心行为等认知能力可以作为估计技能的独特预测因素。与之类似的,Passolunghi (2011)的最新研究不仅证明数学焦虑与数困有关,还表明数困儿童的工作记忆和抑制能力较差、加工速度较慢,即他们在工作记忆、抑制能力和加工速度上有缺陷。与此同时,这一研究还表明工作记忆容量可以预测数困。除此之外,Geary, Hoard, Nugent 和 Byrd-Craven (2008)的研究还发现工作记忆中的中央执行成分在数字线表现随年级升高而提高以及这种表现在组间差异中起着重要作用。也就是说中央执行成分对个体的数量估计发挥着重要作用。而 Hanich 等人(2001)之前的研究发现数困个体的缺陷在某种程度上与空间能力有关。而 Mejias 等人的最新研究则认为数困是由于影响反映和处理数字大小和/或从数字系统中获取数字大小表征能力的基本缺陷引起的(Mejias, Mussolin, Rousselle, Grégoire, Noël, 2011)。他们发现数困儿童数字数量表征能力差也许是由于他们在数字符号和数量大小表征之间的初始转换存在缺陷。从以上研究可以看出,工作记忆等认知能力在数困儿童的数学估计中起到了重要作用。

除了认知和情感因素外,也有研究者考察了其它因素对数困儿童的数学估计的影响。我国学者司继伟、陈小凤和徐继红(2008)使用图形材料不仅考察了不同学业水平儿童的估数能力,还探究了不同图形排列方式等对其产生的影响。通过研究,他们认为数学学业不同水平儿童在数量估计准确性上的显著差异并不是完全来源于他们所掌握的数学知识的差异,也受到他们对数学知识僵硬运用程度的影响。不同数学学业水平的儿童都存在僵硬地使用数学知识的现象,这种现象在数困儿童中更为普遍,这意味着不能灵活地运用数学知识也会影响儿童的估数水平。除此之外,学生的注意力是否集中和持久以及数量排列方式也可能是影响数量估计的一个因素。对于数量排列

方式的影响,该研究认为不均匀不规则图形的数量估计值最接近实际值,而与之前研究普遍认为的对规则图形估计的准确性更高这一结论相反。得出相反结论的原因可能在于被试群体的不同。之前的研究被试多为成人,认知水平较高,具有丰富的图形经验,而儿童缺乏图形经验的积累,面对规则图形时,还要花费精力在辨别图形排列规则上,从而影响了估计的准确性。

2 数困儿童数学估计能力的神经基础

随着各种认知神经科学研究手段的运用,不少研究者也逐渐转向对数困儿童数学估计的脑生理机制方面进行探讨。目前他们已在估算和估数的脑机制方面取得了相对丰硕的成果。

2.1 数困儿童估数能力的神经基础

早期关于数学估计的神经生理研究可追溯到 Warrington 和 James (1967)对单侧大脑皮层受损患者估数的临床研究。这一研究结果显示右顶叶组受损患者在数字估计上比控制组更差,这表明在数量估计任务中有右顶叶的参与。两项运用经颅磁刺激技术(rTMS)的研究也相继发现:当对健康志愿者被试和 DD 患者的顶内沟(IPS)进行磁刺激干扰时,两类被试的估计离散数量的能力均受到明显影响(Cappelletti, Barth, Fregni, Spelke, Pascual-Leone, 2007; Kadosh, Kadosh, Schuhmann, Kaas, Goebel, Henik, et al, 2007)。最近 Kovas 等人(2009)利用功能性磁共振成像技术(fMRI)也对儿童估计的脑激活模式进行了探究,研究发现:与成人类似,儿童的数量估计涉及多样性和分布式的脑区,数学能力不同的两组儿童在估计任务中脑激活模式存在差异,即在估计中,特定脑区的激活可以反应出个体的数学能力差异,尤其是在顶内沟上。在此之前,Revkin 等人(2008)对一位额叶受损患者的数量估计进行了个案研究,结果发现他在口头的数量估计任务上表现出了困难。这有助于我们更好地理解经常报道的额叶受损被试的认知估计缺陷。可见,额叶和顶叶皮层,尤其是右顶叶皮层在有特殊障碍个体的数量估计中发挥着重要的作用。

2.2 数困儿童估算能力的神经基础

在对数量估计的神经机制进行探讨的同时,也有研究者考察了估算的脑神经生理基础。Stanescu-Cosson 等人(2000)曾用 fMRI 测量了健康

志愿者完成估算任务的大脑活动。研究发现被试在执行近似计算时双侧顶内沟区、中央前区、背外侧区和超前额区表现出更大程度的激活。这表明数学正常个体进行近似计算时更强调顶叶皮质的作用。最近 Davis 等(2009)则采用相同技术探讨了与数困儿童和正常儿童不同表现水平有关的脑区激活模式。他们发现在近似计算中激活了额叶和顶叶脑区,且数困儿童的激活明显多于正常儿童。而这与 Kucian 等(2006)研究却不一致,他们发现近似计算时 DD 儿童的大脑激活少于正常儿童。他们对有 DD 和匹配组的儿童进行了 fMRI 检测,结果显示 DD 儿童表现出更大的个体内变异,同时几乎在完成近似计算的整个神经网络(包括顶内沟和两半球的中部和底部角回)上表现出更弱的激活作用。左顶内沟,左底前角回和右中前角回应该在正确的近似计算中发挥着关键作用,因为大脑激活同这些区域的准确率有关。这就是说 DD 儿童的估计主要与左顶内沟,左底前角回和右中前角回有关。这些研究结论不同可能是由所用的行为任务、分析方法或被试特征不同所引起的。Ashkenazi 和 Henik (2007)还曾检测过一位由于左侧内顶回内折所引起的书写困难和计算困难的 67 岁工程师的数字能力,发现不管对大数还是小数的计算估计,他的反应时都比精算的长。而 Urano 等人(2009)也报告了一名有严重整体失语症并伴有包括顶叶在内的大面积左半球脑梗的 68 岁的患者。他发现尽管该患者有严重的言语受损,但其对数字理解和算术运算表现出了保存相对完好的能力。对数字加工和算术加工的神经相关因素的当前发现意味着右半球在近似计算中发挥着关键作用。综上所述,与数量估计类似,额叶和顶叶皮层在被试近似计算中起着重要作用。

上述有限研究表明额叶和顶叶皮层在数困个体的数学估计中作用重大,但是否这两个区域就是数量估计的特定区域及关于数困儿童与其它特殊功能障碍个体在数学估计任务上的神经生理机制究竟是否相同尚未形成一致性结论,还有待于进一步深入考察。

3 数困儿童的数学估计能力的干预研究

相比阅读能力差的人来说,尽管阅读好但数学能力差的个体的教育成就及就业情境不容乐观,但对于数困个体的干预研究及相关干预程序还没

有对阅读困难的干预研究和干预程序多。而数困儿童在数学能力上究竟是存在缺陷还是发展延迟?对这一问题的回答直接关系着对数困个体的干预研究和探索。Torbeyns 等人(2004)曾通过对数困儿童在年龄和数学技能上加以匹配来考察数困儿童的发展。结果发现算术技能强的二年级学生与算术技能差的二年级学生策略特征差异显著,而算术技能强的二年级学生与算术技能差的三年级学生则不显著,这表明数学困难儿童是发展滞后而不是存在缺陷。该结论与 Von Aster (2000)之前的研究形成印证,从而为数困儿童的干预提供了可能性和理论依据。

目前对数困儿童估计能力的干预研究只有零星几篇文献。Dowker (2001, 2005)等设计出了一种算术计算能力恢复程序。这个教学程序主要是针对六七岁儿童的早期计算能力,包括算术估计等九个亚成分。在对算术估计的评估和矫正中,先让儿童完成由研究者在以前研究中所设计的任务(Dowker, 1997)。给他们呈现一系列不同难度的问题和两个虚构角色(Tom 和 Mary),以考察儿童对这些问题做出的估计。要求儿童评价“虚构角色的估计属于从‘非常好’到‘非常差’五点量表上的哪一个”和怎样对这些问题做出“好”的估计。再次,呈现包括从儿童很容易心算的问题,到刚超出儿童计算能力的问题,再到对儿童来说很难解决的实际的加法和减法问题。而干预是通过两个虚拟角色“Tom”和“Mary”来给儿童呈现其它的算术估计,并要求他们估计,同时鼓励他们给出估计的原因。经过多年的实施,结果显示干预组儿童的算术估计能力和其它算术能力都有很大的提高,且这一干预方案受到了老师、家长和儿童的一致好评。除此之外,Fuchs 等人(2008)也评估了其所设计的一个辅导系统对三年级学生算术计算缺陷的干预效果,同时还探讨了干预效果的差别是否依赖于学生是只体验到数学困难还是同时伴随有阅读困难。他们的结果表明事实提取辅导能够提高事实提取技能,程序性计算与估算辅导(无论是独立呈现还是同事提取辅导结合在一起)都提高了估算技能。从以上的干预研究可以看出,数困儿童的数学估计通过干预是可以得到改善和提高的。

上述研究虽然探讨了有某种程度算术困难儿童的干预方法,但这些方案对正常成就儿童和有

算术天赋的儿童是否适用目前还不得而知。人们已越来越多地认识到在算术上有特殊才能的儿童也许也需要特殊的帮助。但课堂中教师所能给他们提供的帮助还非常有限,无法满足他们多元化的需求。如何恰当评估数困儿童的优势与不足,并根据这些制定适合他们的教学方案,这是未来非常值得探讨的问题之一(Dowker, 2008)。

4 不足与展望

在考察数困及其他特殊个体数学估计能力的过程中,国内外研究者已积累相当丰富的研究成果,为数困儿童的干预提供了理论支持。但在这个过程中仍存在着一些研究局限,它们明显制约了有关研究的深度与广度以及对数困儿童的实际教育干预。具体来说,这些研究局限主要表现在以下几个方面。

4.1 被试选取

目前关于数困的研究主要集中在中小少年儿童,其中又以小学阶段居多。针对学前儿童和中学后被试的研究则几乎是一片空白。而数学困难是有着一定延续性和终身影响的,但研究者并未开展数困个体毕生发展的研究。未来研究应关注各个年龄段人群的数困问题。而在被试的筛选上,目前国内外关于数困儿童的鉴别还没有相对统一的标准,不同的研究者所使用的诊断工具、标准(数学成绩从低于10%至35%)和方法不同,由此得出的研究结果也不尽相同。对于数困儿童的估计能力到底是发展迟滞还是存在缺陷,不同的筛选标准所得出的结论并不一致。采用宽松的标准(低于35%),研究者得出的结论大多是发展延迟,而采用严格的标准(低于10%),可能就是存在缺陷。这就需要研究者根据研究内容选择恰当具体的鉴别标准。得出不同结论的另一个原因可能就是所采用的研究范式和材料不同。而学业困难一般包括数学困难、阅读困难及数学和阅读双困难。当前对学业困难儿童的数学估计的研究大多数只关注数困,对于其它困难类型较少涉及,对不同学习困难亚组同时进行对比的研究更少。进一步的研究应更多地关注不同学习困难亚组个体数学估计的发展状况及成因。

4.2 研究范围和技术

数困个体的算术估计研究以往主要集中在估算和估数两种形式上,对于测量估计方面鲜有涉

猎。其实估测在日常生活中也发挥着重要作用,而且它同个体测量能力的形成有着密切联系(司继伟,张传花,孟丽丽,2010)。未来研究有必要探讨数困儿童在测量估计方面的特征及成因。另外个体的数学成就是随着年龄的增长而不断发生变化的。随着时间的推移,在不同的发展阶段,数学学习对算术估计这种基本数学能力的要求也是有区别的。因此,对数困儿童的数学估计能力开展追踪研究是有特殊教育价值的。未来的纵向研究除了探讨数困儿童的数学估计表现外,还应注意探讨不同年龄阶段数困生在数学估计能力方面差强人意的具体原因,以切实推进他们数学学习的顺利完成。同时随着当今科技的飞速发展,心理学逐渐掀起一股认知神经科学研究的热潮,其相关研究手段如事件相关电位技术(ERP)、功能性磁共振成像技术(fMRI)和弥散张量成像技术(DTI)等,应更多地被运用到数困儿童的数学估计相关研究中。未来从认知的神经生理层面对数困儿童的数学估计进行考察无疑将进一步揭示其内在神经生理机制,从而为将来数学能力干预方案制定提供更充分的理论依据和证据支持。

4.3 干预

当前对数困个体的干预程序远没有对阅读困难的干预多且应用广泛。而且数学干预程序大多数是针对儿童或青少年的,针对成人的很少。由于数学困难是终身的且数学能力在教育 and 就业中的重要性,因此对成人实施这类困难的诊断和干预也是重要的。未来研究者们应多开发一些针对各个年龄段人群的数困干预程序,使得他们都能从中受益。除此之外也有临床干预研究是针对在成年期由于脑损伤而有算术障碍的成人。Girelli和Seron(2001)曾指出,大部分这样的程序包括数字转换(读和写)的练习。由于后天的(像发展性的)算术损伤有着不同的形式,因此研究者很有必要研发更灵活和多样化的干预程序。正如Butterworth等人(Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011)最近所强调的,数困儿童不同计算障碍行为模式的存在其实还提出了一个有趣问题,即数量估计对于计算障碍的诊断是否是必要或者充分的?这一点不仅对于认为数量估计是计算障碍个体比较充分的单一诊断评价,而且对于是否需要多重诊断评价都具有重要含义。而且对该问题的回答无论是对于认为数量加工活动应作为

干预的核心, 还是必须将其它更多数字符号活动也作为干预内容包括进去的不同看法也都具有重要意义。

总之, 当前对数困个体的数学估计研究, 不管是在行为表现层面、脑神经生理基础层面还是干预层面, 虽然都取得了一定的进展, 但仍存在着不少未解之谜, 有待于研究者做出进一步的研究和探索。

参考文献

- 韩琰琰, 张静, 黄大庆, 陈英和. (2010). 2-4 年级数学困难与普通儿童数量估计能力的比较. *中国特殊教育*, (4), 47-51.
- 沈烈敏. (2004). 学业不良的相对性涵义及测定的实证研究. *心理科学*, 27(1), 88-91.
- 司继伟. (2002). *小学儿童估算能力研究*. 博士论文, 西南师范大学.
- 司继伟, 陈小凤, 徐继红. (2008). 不同数学水平儿童的数量估计: 图形排列方式的影响. *心理发展与教育*, 24(3), 84-88.
- 司继伟, 徐继红, 张云仙. (2006). 数学学业不良儿童的估算能力与估算情感因素的关系. *山东师范大学学报(自然科学版)*, 21(4), 11-14.
- 司继伟, 张传花, 孟丽丽. (2010). 青少年测量估计能力的发展状况及相关因素. *心理发展与教育*, 26(4), 351-356.
- 肖前国. (2009). *MD 儿童的数认知缺陷研究*. 硕士学位论文, 西南大学.
- 张云仙. (2008). 学业不良生与学优生估算能力对比研究. *数学教育学报*, 17(4), 49-52.
- 张云仙. (2009). 数学学业不良儿童的估算能力研究. *西南师范大学学报(自然科学版)*, 34(3), 110-113.
- 张云仙, 司继伟. (2006). 数学学业不良儿童的估算情感特点研究. *心理发展与教育*, 22(2), 40-45.
- Albertson, A. M. (1996). *Computational estimation: A comparison of learning disabled students and controls*. Master thesis, MGH Institute of Health Professions.
- Ashkenazi, S., & Henik, A. (2007, May). *The dissociation between retrieval of arithmetical facts and estimation abilities: A single case study of acquired dyscalculia*. Poster session presented at the 14th Annual Meeting of Cognitive Neuroscience Society, New York, USA.
- Bestgen, B. J., Reys, R. E., Rybolt, J. F., & Wyatt J. W. (1980). Effectiveness of systematic instruction on attitudes and computational estimation skills of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11(2), 124-136.
- Bull, R., Marschark, M., Sapere, P., Davidson, W. A., Murphy, D., & Nordmann, E. (2011). Numerical estimation in deaf and hearing adults. *Learning and Individual Differences*, 21(4), 453-457.
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education. *Science*, 332(6033), 1049-1053.
- Cappelletti, M., Barth, H., Fregni, F., Spelke, E. S., & Pascual-Leone, A. (2007). rTMS over the intraparietal sulcus disrupts numerosity processing. *Experimental Brain Research*, 179(4), 631-642.
- Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Ewing-Cobbs, L., Barnes, M. A., & Fuchs, L. S. (2007). Cognitive arithmetic differences in learning difficulty groups and the role of behavioral inattention. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 25-35.
- Davis, N., Cannistraci, C. J., Rogers B. P., Gatenby, J. C., Fuchs, L. S., Anderson A. W., et al. (2009). Aberrant functional activation in school age children at-risk for mathematical disability: A functional imaging study of simple arithmetic skill. *Neuropsychologia*, 47(12), 2470-2479.
- Dowker, A. D. (1997). Young children's addition estimates. *Mathematical Cognition*, 3(2), 141-154.
- Dowker, A. D. (2001). Numeracy recovery: A pilot scheme for early intervention with young children with numeracy difficulties. *Support for Learning*, 16(1), 6-10.
- Dowker, A. D. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove: Psychology Press.
- Dowker, A. D. (2008). Numeracy recovery with children with arithmetical difficulties: Intervention and research. In A. Dowker (Ed.), *Mathematical difficulties: Psychology and Intervention* (pp. 181-202). Oxford: Elsevier, Inc.
- Fletcher, J. M., Morris, R. D., & Lyon, G. R. (2006). Classification and definition of learning disabilities: An integrative perspective. In H. L. Swanson, K. R. Harris, & S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 30-56). New York: Guilford Press.
- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Hamlett, C. L., Fuchs, D., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Remediating computational deficits at third grade: A randomized field trial. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 1(1), 2-32.
- Gandini, D., Lemaire, P., & Dufau, S. (2008). Older and younger adults' strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica*, 129(1), 175-189.
- Gandini, D., Lemaire, P., & Michel, B. F. (2009). Approximate quantification in young, healthy older adults', and Alzheimer patients. *Brain and Cognition*, 70(1), 53-61.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical

- learning disability. *Child Development*, 78(4), 1343–1359.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 277–299.
- Girelli, L., & Seron, X. (2001). Rehabilitation of number processing and calculation skills. *Aphasiology*, 15(7), 695–712.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 615–626.
- Hirao, K., Ohnishi, T., Hirata, Y., Yamashita, F., Mori, T., Moriguchi, Y., et al. (2005). The prediction of rapid conversion to Alzheimer's disease in mild cognitive impairment using regional cerebral blood flow SPECT. *Neuroimage*, 28(4), 1014–1021.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74(3), 834–850.
- Kadosh, R. C., Kadosh, K. C., Schuhmann, T., Kaas, A., Goebel, R., Henik, A., & Sack, A. T. (2007). Virtual dyscalculia induced by parietal-lobe TMS impairs automatic magnitude processing. *Current Biology*, 17(8), 689–693.
- Kovas, Y., Giampietro, V., Viding, E., Ng, V., Brammer, M., Barker, G., & Plomin, R. (2009). Brain correlates of non-symbolic numerosity estimation in low and high mathematical ability children. *PloS One*, 4(2), 1–8.
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: A functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 31.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99–125.
- McDonald, S. A. (2010). *Number line estimation: The use of number line magnitude estimation to detect the presence of math disability in postsecondary students*. Doctoral dissertation, Liberty University.
- Mejias, S., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2011). Numerical estimation in adults with and without developmental dyscalculia. *Learning and Individual Differences*, 22(1), 164–170.
- Mejias, S., Mussolin, C., Rousselle, L., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2011). Numerical and nonnumerical estimation in children with and without mathematical learning disabilities. *Child Neuropsychology*, <http://dx.doi.org/10.1080/09297049.2011.625355>
- Montague, M., & Garderen, D. V. (2003). A cross-sectional study of mathematics achievement, estimation skills and academic self-perception in students of varying ability. *Journal of Learning Disabilities*, 36(5), 437–448.
- Passolunghi, M. C. (2011). Cognitive and emotional factors in children with mathematical learning disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, 58(1), 61–73.
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Zamarian, L., Karner, E., & Delazer, M. (2008). Verbal numerosity estimation deficit in the context of spared semantic representation of numbers: A neuropsychological study of a patient with frontal lesions. *Neuropsychologia*, 46(10), 2463–2475.
- Reys, R. E., Trafton, P., Reys, B., & Zawojewski, J. (1984). *Developing computational estimation materials for middle grades*. Paper presented at the Meeting of the National Council of Supervisors of Mathematic. San Francisco, Ca.
- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2008). Mental arithmetic in children with mathematics learning disabilities: The adaptive use of approximate calculation in an addition verification task. *Journal of Learning Disabilities*, 41(6), 498–513.
- Seethaler, P. M., & Fuchs, L. S. (2006). The cognitive correlates of computational estimation skill among third-grade students. *Learning Disabilities Research & Practice*, 21(4), 233–243.
- Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: Prevalence and prognosis. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), 58–64.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In J. L. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp.197–212). New York: Psychology Press.
- Stanescu-Cosson, R., Pinel, P., van de Moortele, P. F., Bihan, D. L., Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Understanding dissociations in dyscalculia: A brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation. *Brain*, 123(11), 2240–2255.
- Torbeyns, J., Verschaeel, L., & Ghesquière, P. (2004). Strategic aspects of simple addition and subtraction: The influence of mathematical ability. *Learning and Instruction*, 14(2), 177–195.
- Urano, M., Yoshino, M., Yamamoto, M., & Mimura, M. (2009). Dissociation of exact and approximate calculation in severe global aphasia. *The Open Neurology Journal*, 3, 8–12.

- von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: Varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), II/41–II/57.
- Warrington, E., & James, M. (1967). Tachistoscopic number estimation in patients with unilateral cerebral lesions. *Journal of Neurological and Neurosurgical Psychiatry*, 30(5), 468–474.

Mathematical Estimation Capacities of Children with Mathematics Learning Disabilities

HUA Xiao-Teng; SI Ji-Wei; LU Chun

(School of Psychology, Shandong Normal University, Jinan 250014, China)

Abstract: Exploring mathematical estimation of children with mathematics learning disabilities (MD) will help us understanding the cause of MD and finding proper intervention measures. Based on reviewing the concepts of MD and estimation briefly, this article mainly focused on mathematical estimation performance and influential factors of children with MD (especially computational estimation and numerosity estimation), neural basis and relevant intervention researches which have been discussed both home and abroad in recent years. In addition, it emphasized that future researches on mathematical estimation of children with MD should attach importance to the screening of subjects, broadening research extents, and strengthening various recovery programs and so on.

Key words: mathematics learning disabilities; mathematical estimation; computational estimation; numerosity estimation; numerical cognition