

数学能力与决策的关系：个体差异的视角^{*}

周 正¹ 辛自强²

(¹北京师范大学发展心理研究所, 北京 100875) (²中央财经大学社会发展学院心理学系, 北京 100081)

摘 要 即便在相同的情形中, 每个人所做的决策也有千差万别, 导致决策个体差异的因素之一就是数学能力。文章综述了算术能力、数量表征、概率推理能力以及数学认知启发式对各种决策的影响。目前这方面的研究或者采用相关范式将数学能力作为决策的外部关联因素, 或者采用成分范式确定决策过程所需要的特定数学认知成分; 观点上的主要争论在于是一般认知能力还是数学能力在预测决策表现, 以及数学能力是否总是对决策有积极作用; 此外, 双系统模型和模糊痕迹理论有望为决策的个体差异提供理论解释。今后研究应该澄清上述争论, 确定合适的研究范式和结果解释框架, 并探讨更多提高决策能力的措施。

关键词 决策; 数学能力; 个体差异; 双系统模型; 模糊痕迹理论

分类号 B842

1 引言

经济学一直试图基于“理性”原则建立关于人类决策等经济行为的“标准的”(standardized)或一般的(general)模型, 而逐渐兴盛起来的实验经济学和行为经济学则开始关注非理性的行为表现, 但是在方法论上仍然只关注“典型”结果或平均结果。然而, 人类在决策等经济行为方面经常表现出明显的个体差异, 并不是所有人、或一个人在所有情况下都是非理性的或者是理性的。

有学者(Bruine De Bruin, Parker, & Fischhoff, 2007)曾批判性地指出, 在以往决策文献中, 研究者把决策的加工过程孤立地加以研究, 这样追求“深度”的代价则是: 个体决策技能与其他认知能力或其他个体变量的关系被忽视了。影响决策个体差异的变量通常包括认知能力、认知风格、人格、年龄等(梁竹苑, 许燕, 蒋奖, 2007)。近年来, 又有一批心理学家提出数学能力也是影响决策的核心因素(Peters et al., 2006; Furlong & Opfer, 2009), 而这一个体变量在近年来也越来越受到重视。本文主要对有关数学能力与决策关系的研究

进行综述, 并总结目前主要的研究范式, 结合理论解释这种个体差异。

2 数学能力——决策个体差异的来源之一

近半个世纪来, 关于决策和推理的研究层出不穷, 但绝大多数研究将决策的个体差异作为误差项处理了(Tversky & Kahneman, 1974; Shafir, Diamond, & Tversky, 1997; Inbar, Cone, & Gilovich, 2010)。直到多伦多大学的心理学家 Stanovich 和他的合作者 West 于 1998 年开始的一系列关于“理性的个体差异”的研究, 才引起了研究者对影响决策的个体因素的关注。Baron (2008)曾区分了决策表现的描述性模型(descriptive models)和标准性模型(normative models)。标准性模型是指个体决策完全符合理性的标准, 描述性模型则实际刻画在一定的内部认知和外部环境限制的情况下人类进行推理加工的具体形式。Stanovich 和 West (1999, 2000)综合了前人的观点并认为, 描述模型和标准模型之间的差异是由多种因素造成的, 包括表现误差(performance error)、运算限制(computational limitations)、标准模型定义错误(wrong normative model)、任务建构的个体差异(alternative task construals)等。West 和 Stanovich 曾进行一系列的实验以证实上述论

收稿日期: 2011-07-11

^{*} 教育部新世纪优秀人才支持计划资助以及国家社会科学基金项目(11CSH046)资助。

通讯作者: 辛自强, E-mail: xinzhiqiang@sohu.com

断,并发现在经典的启发式和偏差的任务中,认知能力更高的被试确实能更容易避免决策偏差的产生(Stanovich & West, 1998a, 1998b, 1998c; West & Stanovich, 2003)。

数学能力是指个体先天或者后天获得的对数字及其相关概念进行表征、转换、推理等加工所需要的能力,它包括数量表征能力、算术能力、概率推理能力等。数字或者概率往往是决策中个体加工的核心对象,因此数学能力也应该是影响决策的个体差异原因之一。然而,在决策的个体差异研究中,数学能力的作为一个重要个体因素却没能得到应有的重视(Peters et al., 2006)。近年来,这样的情形得以改观。Reyna, Nelson, Han 和 Dieckmann (2009)提出,应当重视算术能力在个体有关健康和医疗决策中的重要作用;也有不少研究者尝试从数学能力的各个方面进行研究,对不同数学能力与个体决策之间的关系进行了深入探讨。

3 数学能力在决策中的作用

不少研究者通过多种范式的研究比较了拥有不同数学能力的个体在决策中的差异。在推理研究中,Inglis 和 Simpson (2005)使用了经典的四卡片推断任务的实验,他们发现,虽然大部分被试都倾向于选择规则里提到、但实际上不正确的卡片,也就是出现“匹配偏差效应”(matching bias effect),然而,数学专业的学生的正确率为 13%,而一般群体的学生正确率仅为 4%,这也说明数学能力较高的个体在推理时能更好地避免无关信息的干扰。由于数学能力不尽相同,在涉及数量估计的合作行为中也会体现出差异。在 Burks, Carpenter, Goette 和 Rustichini (2009)的研究中,研究者把关于数学的纸笔测验成绩作为数学能力的指标,结果发现,数学能力高的个体在序列囚徒困境游戏中能够更好地预测对手的行为,而且无论作为第一行动者还是第二行动者,当对手选择合作时,数学能力高的个体能做出更加合作的行为(返还给对手更高的钱数)。

综合以往研究发现,之所以数学能力能对个体的决策和行为产生这样的作用,应该是来自以下几个因素的影响,分别是数量表征、算术能力、概率推理和数量启发式的作用。

3.1 数量表征的影响

在决策中,个体需要对涉及决策的数字信息

进行加工,而加工数字信息的前提即是对数量进行表征。Stevens 和 Hauser (2004)就曾提出,合作行为(如互惠)的基本心理要素中包含数字的量化(numerical quantification),因此个体数量表征能力的差别,一定程度上决定了个体是否采取合作行为。他们认为,从比较心理学的角度来看,之所以动物的合作行为明显地少于人类,原因在于动物受到自身数量估计能力的限制。在互惠情境中,动物无法精确表征较大的付出与回报的数值,因此动物只能参与小数值的物品交换的互惠合作,或者在近似数值的交换可以接受的情况下参与合作。

个体对数字的表征特点各有不同,因此在一定程度上会对个体决策产生影响。通常认为,人类对数字的表征也符合韦伯定律(Gallistel & Gelman, 2005)。但研究仍然发现,个体数量表征曲线对线性函数的偏离水平,与年龄、受教育水平和文化等有关。儿童的数量表征曲线相比成人更加偏离线性模型,也就意味着儿童感知到的 10 元与 20 元之间心理差距,和 190 元与 200 元之间的心理差距的是不同的,且这种差异感比成人更为明显(Siegler & Opfer, 2003)。此外,受教育水平越高的被试,数量表征曲线越接近线性函数,而亚马逊原始部落里的土著人对数量的表征则很好地拟合对数函数(Dehaene, Izard, Spelke, & Pica, 2008)。数量表征的个体差异,随之带来的即是个体决策时的差别。Peters, Slovic, Västfjäll 和 Mertz (2008)把反应时作为数量表征精确度的衡量,认为比较相近两个数和相远两个数的大小所用的反应时之差越小的个体,心理数字线越精确,对数字的表征也更准确。结果发现,在决策任务中,当面临“当前获得 10 元”还是“一个月后获得 15 元”的问题时,心理数字线精确的被试更加偏爱延迟获得的 15 元。这表明,在决策判断中,个体心理数量表征的准确程度影响了对数值差别的感知,从而左右了个体的选择。

此外,有研究者进一步证实了个体是否参与合作取决于对回报的数字大小表征的比较,而不是实际的经济价值。Furlong 和 Opfer (2009)精心设计了一组囚徒困境实验,通过改变回报的数字大小,来考察个体的合作行为的变化。在该实验中,囚徒困境的回报如表 1。

表1 Furlong 和 Opfer (2009)研究中的回报矩阵表

		决策者	
		合作	背叛
实验组 1 (单位:美元)	对方合作	3	5
	对方背叛	0	1
实验组 2 (单位:美分)	对方合作	300	500
	对方背叛	0	100

从表1中可以看出,两个实验组回报矩阵的实际价值相同,只是在数值大小上有所差别。研究发现,实验组2比实验组1表现出更多的合作行为。在排除了被试对“美元”和“美分”的偏好的影响后,仍然发现只有数值大小对策略选择产生作用,即当回报从3美元变为300美分时,合作行为增加,而当回报从3美分变为3美元时,合作行为却没有变化。研究进一步发现,回报数值的对数模型,即 $\ln(3)/\ln(5)$,能够比线性模型(3/5)更好地解释本研究中结果的变异,解释率高达97%。因此,综合以上讨论,个体内部数量表征的特点,是决策的重要个体因素。

3.2 算术能力的影响

算术能力(numeracy)是一种基本的数学能力,从广义上讲,它是指个体理解和应用数字的能力(Peters, Hibbard, Slovic, & Dieckmann, 2007; Reyna et al., 2009)。最基本的算术能力包括理解数轴、进行简单的算术运算和比较数量大小等,更高水平的算术能力则涵盖了基本的逻辑推理和数量推理技能,掌握多步骤运算,以及正确运用比例、分数、百分比和概率等概念(Reyna & Brainerd, 2008)。Lipkus, Samsa 和 Rimer (2001)编制了一份包含11个项目的算术能力问卷,该问卷在Schwartz, Woloshin, Black 和 Welch (1997)的三个基本算术问题的基础上稍作改进,并增加了8个扩展题目。题目主要测试的内容包括概率和频次之间的转化、比较及简单运算。这一问卷在算术能力的研究中得到了广泛应用(Gurmankin, Baron, & Armstrong, 2004b; Peters et al., 2006; Reyna & Brainerd, 2007; Del Missier, Mäntylä, & de Bruin, in press)。除此之外,研究者还编制了主观测量问卷及多种其他工具对算术能力进行测量(Woloshin, Schwartz, & Welch, 2005; Fagerlin, Zikmund-Fisher, et al., 2007; Peters, Dieckmann, Dixon, Hibbard, & Mertz, 2007)。

在Peters等人(2006)的研究中,研究者先让被试完成Lipkus等编制的算术能力问卷,随后给被试呈现决策任务。例如,他们让被试根据“Emily”在考试中的成绩估计她在工作中的表现,而Emily的考试成绩分别用两种实际上等同、而表述方式不同的方法呈现:一组被试被告知Emily考试答卷的正确率为74%,另一组被试则被告知她的错误率为26%。如果被试在两种框架下的判断没有差异,则说明被试的决策是正确的且理性的;如果有差异,则说明被试出现了框架效应。结果发现,总体上看,被试中仍出现了显著的框架效应。更值得注意的是,个体的算术能力与信息框架之间出现显著的交互作用,算术能力低的被试所表现出来的框架效应,比算术能力高的被试更为明显($\eta^2 = 0.11$)。研究者认为这是由于算术能力高的被试更容易在数字框架之间进行转换,因此较少受到表述框架的束缚,这个观点在进一步的研究中也得到证实(Peters & Levin, 2008)。

算术能力对决策的影响,体现在对风险的感知以及利用信息的能力等方面(Reyna, et al., 2009)。在与现实情境有关的决策中,算术能力差的个体可能会高估风险,而算术好的个体则能够更加精确地对风险信息进行判断。在一项研究中,被试被要求根据一份虚拟的情报估计当地发生恐怖袭击的可能性,结果发现,算术差的个体对风险感知显著高于算术能好的个体,而算术好的个体对风险的估计更加准确(Dieckmann, Slovic, & Peters, 2009)。在Fagerlin, Zikmund-Fisher 和 Ubel (2005)的实验中,算术差的被试比算术好的被试更易高估乳腺癌的患病风险,与前一研究得到相似的结果。通过对被试的主观算术能力测量,Zikmund-Fisher, Smith, Ubel 和 Fagerlin (2007)证实,算术能力与理解图表信息的能力有关,算术好的个体能更准确地利用图表中的信息。此外,算术能力还能影响个体对数字信息的信任程度(Gurmankin, Baron, & Armstrong, 2004a)。在年龄、种族、财富和教育水平这些因素的影响被排除后,算术能力仍能够显著预测个体加工信息的能力(Baker, 2006)。

3.3 概率推理能力的影响

在风险决策中,决策者往往面临的不是既定的数值,而是事件发生的概率。因此,概率加工能力就显得非常重要。Peters等人(2006)的研究发现,

算术能力也影响着个体对概率呈现形式的加工。具体来说,概率呈现形式的改变(百分比的形式改为频次形式)对算术能力低的个体的决策有明显的影响,而对算术能力较高的个体则影响更小。在控制了 SAT (Scholastic Assessment Test, 学术能力评估测验)成绩后,算术能力仍然能够有效地解释个体决策的变异。Peters 等人认为,这是由于算术能力高的个体更容易在概率信息不同形式之间进行转换,因而不受信息呈现框架的影响。

概率推理中另一个重要的能力是贝叶斯推理能力。例如,在医生对某位疑似艾滋病患者做诊断时,看到化验单上的结果是呈阳性,这时他需要根据艾滋病患者在化验中呈阳性和普通人在化验中呈阳性的概率,推断出这位病人罹患艾滋病的可能性大小。但是研究发现,人们在决策中常常不能正确使用贝叶斯推理,从而出现决策偏差(Bröder, 2000)。Gigerenzer 和 Hoffrage (1995)发现,可以通过改变概率呈现的方式,有效改善个体在推理任务中的表现。他提出,分析贝叶斯推理的关键在于数值上相同的表征却可能使得人们产生不同的理解。当提供与个体进行运算时的表征方式不相匹配的信息时,个体可能无法探测并使用贝叶斯算式。他们进一步指出,人类进化而来的自然模式是频次,人通过更新事件频次来序列地获取信息,而非人为地规定边际频率,从而形成认知运算法则(cognitive algorithms)。因此,在实验中,研究者将以往研究常用的“标准概率格式”替换为“自然频率格式”,发现被试的贝叶斯推理成绩有显著的提高。Gigerenzer 等研究者探讨人类表征概率信息的特点做出了重要贡献,并为其“生态理性”的观点提供了直接证据。此研究范式带动了更多的心理学家进行进一步研究(李晓明,傅小兰,禚宇明, 2004; Girotto & Gonzalez, 2001; Sedlmeier & Gigerenzer, 2001; Chow, 2009),这些研究均说明人类概率推理和概率表征的特点对个体的决策和问题解决有着至关重要的影响。

3.4 数学认知启发式的作用

数学知识可能对决策产生无意识影响。Thomas 和 Morwitz (2008)认为,个体的算术知识在决策时的自发活动会左右消费者的决策判断。例如,在计算 9.00 元和 7.99 元的差别时,人们会自发地计算小数点左边数字之间的差值($9-7=2$),

以至于会错误地以为原价 9.00 元,优惠价 7.99 元的牙膏,比原价和优惠价分别为 9.01 元和 8.00 元的牙膏更划算。这就是数学认知中的左侧数字锚定效应(left-digit anchoring effect) (Thomas & Morwitz, 2005)。除此之外,Thomas 和 Morwitz 还总结了数学认知中的另外两个启发式:代表性启发式和便利性启发式。代表性启发式包括字体尺寸代表性(representativeness of font size)和数字模式代表性(representativeness of digit pattern)。例如,价格标签的字体尺寸对人们的对价格高低的判断和购买欲望产生了无意识的影响。当字体较小时,人们认为实际价值也更低。但是事后的访谈中他们却不能回忆起字体大小的信息,也否认在决策时受到它的影响,这就是字体尺寸代表性启发式(Coulter & Coulter, 2005)。此外,人们往往对整百的数字知觉得比非整百的数字更大(例如,39500 元 > 39542 元),这是数字模式代表性启发式(Thomas, Simon, & Kadiyali, 2007)。便利性启发式(availability heuristic)则是说明信息的流畅性和计算的简便性影响人们对商品的判断,例如人们认为名字读起来流畅的股票比拥有拗口名字的股票未来走势更为良好,或者认为 4.97 和 3.96 之间的差值小于 5.00 和 4.00 之间的差值。

关于启发式的个体差异,目前仍然存在很多争议。Gigerenzer (2008)曾指出关于启发式的一系列误解,其中一种即是认为认知能力高的人采用复杂加权和信息整合方法,而较低认知能力的人才使用启发式。他认为,这样的论断缺乏实验证据的支持,认知能力应该与启发式的适应性选择有更大的关系,而与启发式的执行有较小的关系。这个观点得到相关实证研究的支持。在 Bröder (2003)的研究中发现,在启发式选择中,智力和外部环境的交互作用显著($\eta^2 = 0.42$),智力更高的个体在非代偿性环境中,会选择更为适当的“采纳最佳”启发式(the Take The Best heuristic),而在代偿性环境中不同策略的被试智力没有差异。

4 理论解释

4.1 双系统模型的解释

双系统模型(也称双过程模型)为决策和推理中的个体差异的探讨提供了一个统一而清晰的模型。近年来,研究者从不同角度对双系统模型进

行了理论描述和实证研究(孙彦, 李纾, 殷晓莉, 2007; Leron & Hazzan, 2006; Evans, 2008)。双系统模型将人类决策和推理机制分为了两个相互独立、相互影响的系统: 快速、自动化、依赖于直觉加工的启发式系统(系统 1), 以及加工速度较慢、需要付出意志努力, 并依赖于规则加工的分析系统(系统 2)。双系统模型认为启发式系统和分析系统都会对决策过程起作用。当面临决策情景时, 启发式系统会立即做出默认的反应, 而分析系统则会基于一定的规则进行推理, 并对启发式的反应进行干预, 从而影响最后的决定。但最终的决策并非总是听从于分析系统, 如果启发式占优, 那么个体则根据启发式的指示做出决策, 如果分析系统占优, 那么个体则按照分析系统的指示行事。

上述关于数学能力对个体决策的影响也能从双系统模型中得到解释。有关认知反思(cognitive reflection)的文献表明认知反思能力高的个体在决策时做出的选择往往更接近标准模型(Frederick, 2005)。在决策研究中, 很多研究者都采用了启发式和偏差范式, 因此通过证实数学能力高的个体在决策中表现更好, 也许正是暗示了数学能力高的个体能够更好地通过分析系统对启发式系统的反应进行监控, 在面对数学有关的决策时, 认知反思能力更强, 从而做出好的决策。Thomas 和 Morwitz (2008) 的研究则说明了内隐的数学知识可能通过影响系统 1 的作用来左右个体决策。

系统 1 和系统 2 在决策中的作用也给了数学教育者一些启发。Leron 和 Hazzan (2006)通过双系统模型分析了在数学问题中学生所犯的错误。他们发现, 即使在完全涉及理性与推理的数学问题中, 系统 1 思维仍然存在。但是, 许多在任务中出错的学生, 如果受到进一步激励或者挑战, 就能做对答案。因此, 这两位研究者认为, 双系统模型能够引发教育者反思, 学生犯错不单单只是数学水平的制约, 也可能是因为系统 1 对学生在数学任务中的影响。也许是系统 1 太快地“挟持”了学生的注意力, 以至于系统 2 还来不及进行调控就过早地做出判断。因此, 在教育中, 应提醒学生在学习中要学会反思, 回头检查自己的答案, 从而避免在数学任务中犯“低级错误”。

4.2 模糊痕迹理论的解释

模糊痕迹理论(fuzzy-trace theory)也是一种双过程理论(Reyna et al., 2009)。模糊痕迹理论认为,

人们表征信息时有两种不同的途径, 一种途径表征字面信息, 称为字面表征(verbatim representation), 另一种途径表征信息的实质含义, 这种表征与个体经验、文化等有关, 但没有字面表征详细, 仿佛是头脑中“模糊的痕迹”(fuzzy trace), 称之为要点表征(gist representation) (Reyna, 2008)。数字表征也存在以上两种表征方式。例如, 有三位作家 A、B、C, 他们获诺贝尔奖的可能性分别是 10%、45% 和 90%, 人们将以上信息表征为要点即为“C 获奖可能性最大”。研究表明, 人们在决策时偏爱使用模糊的表征, 而不是具体的细节表征(Nelson, Reyna, Fagerlin, Lipkus, & Peters, 2008; Reyna, 2008)。决策偏差的产生可能正是由于个体使用了要点表征而忽略了具体的细节性信息。例如, 在上文提到的对 Emily 工作能力的预测问题, 当被试看到的是她考试中的正确率时(74%), 要点也许会被表征为“她在考试中可能回答正确”, 而当被试看到的是错误率时(26%), 要点表征则可能为“她在考试中可能回答错误”。因此, 被试会对前者的预测更为乐观, 出现框架效应。

模糊加工偏好也存在个体差异。研究表明, 相对于经验不丰富的儿童而言, 成人更倾向于依赖简单的要点来做出决策(Reyna & Lloyd, 2006)。这样做的好处在于, 对于年老的人来说, 可以降低表征过多信息的压力, 以应对其对字面的表征能力下降的现实。因此, 尽管模糊痕迹理论是一种双过程模型, 要点表征类似于直觉系统, 字面表征则类似于需要付出更多认知资源的理性系统, 但模糊痕迹理论也与上文中的双过程模型所有区别(Reyna & Brainerd, 2008; Reyna et al., 2009)。双系统理论往往认为直觉系统更原始的、与进化相关的系统, 受到更为先进的理性分析系统调控, 而模糊痕迹理论则认为直觉并不都是初级的、进化性的, 因为要点表征系统实则是一种更为先进的表征过程(advanced processing), 这一过程在成人的决策中比在儿童中更为典型和普遍。模糊痕迹理论为决策中的个体差异提供了理论解释, 但其与一般的双过程理论的争议仍然存在, 还待进一步的研究进行探讨。

5 评价与展望

5.1 研究范式的差异

综合以往研究, 我们发现在探究一般认知能

力或数学能力与决策之间关系的文献中,体现出了两个取向不同的研究范式。其中一种取向的研究采用“相关”范式将数学能力作为决策的外部关联因素,另一种取向的研究采用“成分”范式确定决策过程所需要的特定数学认知成分。

第一种范式是以 Stanovich 等人的研究为代表的“相关”范式。这种范式以“外部的”测量工具的结果与决策任务之间的相关,来说明认知水平与决策之间的关系。这类范式通常需要对被试进行两个方面的测量。第一个方面是其认知能力测试。大部分研究者使用的测量工具都是纸笔测验,例如 IQ 测试(Stanovich & West, 1998b), 学术能力评估测试成绩中的数学成绩(Stanovich & West, 1998b), 或者自编的测量数学能力的问卷(Lipkus et al., 2001; Peters et al., 2008; Burks et al., 2009)等。第二个方面,研究者需要设计某些决策任务,以这些决策任务的成绩做为判断其决策是否合理的指标。这种研究范式主要有两种分析思路:其一是计算两个变量之间的相关或回归系数,以确定认知能力或数学能力是否能解释与决策水平的变异;第二种分析思路则是把被试分为认知能力高、低两组,运用方差分析等统计方法探讨两组之间的决策能力的差别。这种研究范式的优点在于简单易行,结果易解释,能够在一定程度上揭示认知能力对决策的影响或贡献。但是对数学能力的测量仅限于纸笔测验,不仅受到测验信、效度的质疑,而且并没有涉及到决策本身的认知加工过程,得出的结果较为笼统;此外,因为使用了间接推测的研究逻辑,结论的推理可能较为主观。因此有些心理学家开始走出这种常用的范式而另辟蹊径。

第二种研究范式则是关注决策本身所包含的认知成分,通过在实验中操作影响认知成分的变量,从而了解其对决策任务的影响,这或可视为“成分式的”研究。最典型的代表是上文曾提到的 Peters 等人(2008)以及 Furlong 和 Opfer (2009)的实验。在 Peters 等人的研究中,研究者把数字大小比较的反应时作为被试心里数字线精确程度的指标,直接测查了心里数字线表征的精确度与不同决策之间的关系。Furlong 和 Opfer 则将囚徒困境中回报数值的大小作为自变量,并发现回报数值的对数之比能解释对决策的大部分变异,从而证实数字表征在决策中的重要作用。Gigerenzer 和

Hoffrage (1995)对贝叶斯推理的研究也体现出这种范式的思想。在他们的研究中,通过将概率的呈现方式作为操作变量,发现如果把信息模式从概率形式改变为频次形式呈现,即可改善推理成绩。这种研究范式弥补了“相关”范式的不足,抛弃了对纸笔测验的依赖,并更加直接地考察了决策中所必需的数学认知成分,提供了更精细的研究证据,为今后的研究提供了很好的方向。

5.2 观点的争论

5.2.1 数学能力还是一般能力?

如上文所述,很多研究都表明数学能力对决策存在影响。然而,在以往研究中,研究者关注更多的往往是个体一般认知能力在决策中的作用。在 Stanovich 和 West (1998a)的早期研究中,认知能力与三段论推理成绩等决策和推理任务的表现有显著的相关。Benjamin 和 Shapiro (2005)在对哈佛大学本科生及智利的一所高中里的学生进行的一项实验研究发现,认知技能更高的被试,其表现更为接近经济学中的标准模型。其他研究者的研究也得到了相似的结果(West & Stanovich, 2003; Burks et al., 2009)。此外,研究者也认为工作记忆影响个体合作策略的选择(Stevens & Hauser, 2004; Cokely & Kelley, 2009)。

研究者对于数学能力和一般智力在决策中发挥作用的理解决解不尽相同。一些研究者认为,在涉及数学任务中的错误,并非与个体的数学知识相关,而是与一般认知过程有关(West & Stanovich, 2003; Leron & Hazzan, 2006)。例如,West 和 Stanovich 的研究中,无论是 SAT 数学成绩,抑或是数学学习经验多寡,人们在骰子任务中出现“概率匹配偏差”的概率并没有显著的差异。另一部分研究者则认为,当控制了一般认知能力(如智力)的影响后,数学能力仍能够对决策行为产生影响(Inglis & Simpson, 2005; Peters et al., 2006)。此外,也有研究者把一般认知能力和数学能力共同看作影响决策的认知技能的因素,将二者结合起来进行考察,并没有进行区分(Shanks, Tunney, & McCarthy, 2002)。Webley (2005)较为折衷地提出,领域一般的认知能力是儿童理解经济概念和经济行为的关键因素,同时也需要考虑到儿童一定的数学推理能力的影响。最近的研究发现,算术能力是一般认知能力的调节变量,也就意味着,一般认知能力对决策不仅产生直接的影响,同时还

能通过影响数学能力从而间接地作用于决策过程 (Del Missier, Mäntylä, & de Bruin, in press)。因此, 未来的研究不应止步于证实二者对决策的独立影响, 而应该进一步追索数学能力和一般认知能力的交互模式, 从而更精确地了解二者真正的作用机制。

5.2.2 数学能力对决策的作用: 促进还是阻碍?

是否认知能力高的被试决策能力也更强? 如上所述, 大部分研究结果支持数学能力对个体决策的积极作用。但是做出这种“精英论”的结论时应当小心, 因为在较高数学水平的个体中间, 也有相当比例的被试没有做出标准决策 (Benjamin & Shapiro, 2005; Peters et al., 2006)。更令人讶异的是, 算术能力高的个体在某些决策任务上却相对算术能力低的个体更容易犯错误 (Peters et al., 2006, 2008)。在他们的研究中, 算术能力高的被试偏爱选择“7 / 36 的可能性赢得 9 元, 否则输掉 5 美分”, 而非期望收益更大的“7 / 36 的可能性赢得 9 元, 否则一分不赢”。研究者认为这是由于算术能力高的被试更偏好精细加工所带来的负面影响。此外, 在某些决策任务中 (如爱荷华赌博任务), 认知能力并不能对决策产生显著影响 (Toplak, Sorge, Benoit, West, & Stanovich, 2010)。因此, 似乎不能认定高认知能力者的决策就必然优于低认知能力者, 这种优势是有条件的。这也启示我们, 在企业管理中, 不能无条件地依据认知能力分配工作。探讨什么情况下高认知水平个体能够更好地做出决策, 什么情况下则不能, 这将是未来决策研究的重要方向之一。

5.3 如何帮助个体改善决策

综上所述, 在大部分情形中, 数学能力较差的个体的决策能力不及数学能力优秀的个体, 那么, 我们是否能够帮助数学能力较差的个体也做到良好的决策呢? 研究者为此进行了许多探讨, 并获得了一定成果。Peters, Dieckmann 等 (2007) 进行了一项模拟现实医疗决策的研究, 在不同信息呈现方式下, 请被试决定去哪家医院就医。结果发现, 通过消除不必要的信息以及按重要程度序列呈现信息的方式可以改善决策成绩。对算术能力低的被试而言, 这类干预措施效果显著优于算术好的被试。此外, 如果将信息中的数字替换为更易提取要点的图形符号, 对算术差的人也有一定的改善作用。Reyna (2008) 也发现, 通过条形

图、饼图等方式呈现概率, 有利于被试直观地比较风险概率的大小, 更易于表征信息; 除此之外, 通过呈现风险提示物及其他系统的干预方法, 可以让青少年加强对早孕风险的意识防范。Inber, Cone 和 Gilovich (2010) 的研究还指出, 当决策问题的拥有序列性和精确性的特征时, 人们更加偏向进行理性选择。其他改善决策成绩的方法还包括将概率替换为频次、提供相对概率等 (Gigerenzer & Hoffrage, 1995; Fagerlin, Ubel, et al., 2007)。总之, 人们决策能力高低不同, 我们有必要进一步探讨出不同情境下最有效的方法, 帮助人们在面临与切身利益相关的风险决策时, 做出更好的判断。

参考文献

- 李晓明, 傅小兰, 糊宇明. (2004). 信息的外部表征方式对贝叶斯推理成绩的影响. *人类工效学*, 10(3), 3-6.
- 梁竹苑, 许燕, 蒋奖. (2007). 决策中个体差异研究现状述评. *心理科学进展*, 15, 689-694.
- 孙彦, 李纾, 殷晓莉. (2007). 决策与推理的双系统: 启发式系统和分析系统. *心理科学进展*, 15, 721-726.
- Baker, D. W. (2006). The meaning and the measure of health literacy. *Journal of General Internal Medicine*, 21, 878-883.
- Baron, J. (2008). *Thinking and deciding* (4th ed.). New York, USA: Cambridge University Press.
- Benjamin, D. J., & Shapiro, J. M. (2005). Does cognitive ability reduce psychological bias? Unpublished manuscript, Harvard University.
- Bröder, A. (2000). Assessing the empirical validity of the "take-the-best" heuristic as a model of human probabilistic inference. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 26(5), 1332-1346.
- Bröder, A. (2003). Decision making with the "adaptive toolbox": Influence of environmental structure, intelligence, and working memory load. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 29(4), 611-625.
- Bruine De Bruin, W., Parker, A. M., & Fischhoff, B. (2007). Individual differences in adult decision-making competence. *Journal of Personality and Social Psychology*, 92, 938-956.
- Burks, S. V., Carpenter, J. P., Goette, L., & Rustichini, A. (2009). Cognitive skills affect economic preferences, strategic behavior, and job attachment. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106, 7745-7750.
- Chow, A. F. (2009). *The effects of solution type and context on the transfer of solution to conditional probability*

- problems for introductory undergraduate statistics students. Unpublished doctoral dissertation, University of South Alabama.
- Cokely, E. T., & Kelley, C. M. (2009). Cognitive abilities and superior decision making under risk: A protocol analysis and process model evaluation. *Judgment and Decision Making*, 4, 20–33.
- Coulter, K. S., & Coulter, R. A., (2005). Size does matter: The effects of magnitude representation congruency on price perceptions and purchase likelihood. *Journal of Consumer Psychology*, 15(1), 64–76.
- Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science*, 320, 1217–1220.
- Del Missier, F., Mäntylä, T., & de Bruin, W. B. (in press). Decision-making competence, executive functioning, and general cognitive abilities. *Journal of Behavioral Decision Making*, doi: 10.1002/bdm.731.
- Dieckmann, N. F., Slovic, P., & Peters, E. M. (2009). The use of narrative evidence and explicit likelihood by decisionmakers varying in numeracy. *Risk Analysis*, 29, 1473–1488.
- Evans, J. S. B. T. (2008). Dual-processing accounts of reasoning, judgment, and social cognition. *Annual Review of Psychology*, 59, 255–278.
- Fagerlin, A., Ubel, P. A., Smith, D. M., & Zikmund-Fisher, B. J. (2007). Making numbers matter: Present and future research in risk communication. *American Journal of Health Behavior*, 31(Suppl. 1), S47–S56.
- Fagerlin, A., Zikmund-Fisher, B. J., & Ubel, P. A. (2005). How making a risk estimate can change the feel of that risk: Shifting attitudes toward breast cancer risk in a general public survey. *Patient Education and Counseling*, 57(3), 294–299.
- Fagerlin, A., Zikmund-Fisher, B. J., Ubel, P. A., Jankovic, A., Derry, H. A., & Smith, D. M. (2007). Measuring numeracy without a math test: Development of the Subjective Numeracy Scale. *Medical Decision Making*, 27, 672–680.
- Frederick, S. (2005). Cognitive reflection and decision making. *The Journal of Economic Perspectives*, 19, 25–42.
- Furlong, E. E., & Opfer, J. E. (2009). Cognitive constraints on how economic rewards affect cooperation. *Psychological Science*, 20, 11–16.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2005). Mathematical cognition. In K. J. Holyoak & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 559–588). New York, NY: Cambridge University Press.
- Gigerenzer, G. (2008). Why heuristics work. *Perspectives on Psychological Science*, 3, 20–29.
- Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 102, 684–704.
- Giroto, V., & Gonzalez, M. (2001). Solving probabilistic and statistical problems: A matter of information structure and question form. *Cognition*, 78(3), 247–276.
- Gurmankin, A. D., Baron, J., & Armstrong, K. (2004a). Intended message versus message received in hypothetical physician risk communications: Exploring the gap. *Risk Analysis*, 24, 1337–1347.
- Gurmankin, A. D., Baron, J., & Armstrong, K. (2004b). The effect of numerical statements of risk on trust and comfort with hypothetical physician risk communication. *Medical Decision Making*, 24, 265–271.
- Inbar, Y., Cone, J., & Gilovich, T. (2010). People's intuitions about intuitive insight and intuitive choice. *Journal of Personality and Social Psychology*, 99, 232–247.
- Inglis, M., & Simpson, A. (2005). Heuristic biases in mathematical reasoning. In H. L. Chick, & J. L. Vincent, (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 177–184). Cape Town, South Africa: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Leron, U., & Hazzan, O. (2006). The rationality debate: Application of cognitive psychology to mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 105–126.
- Lipkus, I. M., Samsa, G., & Rimer, B. K. (2001). General performance on a numeracy scale among highly educated samples. *Medical Decision Making*, 21, 37–44.
- Nelson, W., Reyna, V. F., Fagerlin, A., Lipkus, I., & Peters, E. (2008). Clinical implications of numeracy: Theory and practice. *Annals of Behavioral Medicine*, 35(3), 261–274.
- Peters, E., Dieckmann, N. F., Dixon, A., Hibbard, J. H., & Mertz, C. K. (2007). Less is more in presenting quality information to consumers. *Medical Care Research and Review*, 64, 169–190.
- Peters, E., Hibbard, J. H., Slovic, P., & Dieckmann, N. F. (2007). Numeracy skill and the communication, comprehension, and use of risk-benefit information. *Health Affairs*, 26, 741–748.
- Peters, E., & Levin, I. P. (2008). Dissecting the risky-choice framing effect: Numeracy as an individual-difference factor in weighting risky and riskless options. *Judgment and Decision Making*, 3, 435–448.
- Peters, E., Slovic, P., Västfjäll, D., & Mertz, C. K. (2008). Intuitive numbers guide decisions. *Judgment and Decision*

- Making*, 3, 619–635.
- Peters, E., Västfjäll, D., Slovic, P., Mertz, C. K., Mazzocco, K., & Dickert, S. (2006). Numeracy and decision making. *Psychological Science*, 17, 407–413.
- Reyna, V. F. (2008). A theory of medical decision making and health: Fuzzy trace theory. *Medical Decision Making*, 28, 829–833.
- Reyna, V. F., & Brainerd, C. J. (2007). The importance of mathematics in health and human judgment: Numeracy, risk communication, and medical decision making. *Learning and Individual Differences*, 17, 147–159.
- Reyna, V. F., & Brainerd, C. J. (2008). Numeracy, ratio bias, and denominator neglect in judgments of risk and probability. *Learning and Individual Differences*, 18, 89–107.
- Reyna, V. F., & Lloyd, F. J. (2006). Physician decision-making and cardiac risk: Effects of knowledge, risk perception, risk tolerance, and fuzzy processing. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 12, 179–195.
- Reyna, V. F., Nelson, W. L., Han, P. K., & Dieckmann, N. F. (2009). How numeracy influences risk comprehension and medical decision making. *Psychological Bulletin*, 135, 943–973.
- Schwartz, L. M., Woloshin, S., Black, W. C., & Welch, H. G. (1997). The role of numeracy in understanding the benefit of screening mammography. *Annals of Internal Medicine*, 127, 966–972.
- Sedlmeier, P., & Gigerenzer, G. (2001). Teaching Bayesian reasoning in less than two hours. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(3), 380–400.
- Shafir, E., Diamond, P., & Tversky, A. (1997). Money illusion. *Quarterly Journal of Economics*, 112(2), 341–374.
- Shanks, D. R., Tunney, R. J., & McCarthy, J. D. (2002). A re-examination of probability matching and rational choice. *Journal of Behavioral Decision Making*, 15(3), 233–250.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237–243.
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (1998a). Individual differences in rational thought. *Journal of Experimental Psychology: General*, 127(2), 161–189.
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (1998b). Individual differences in framing and conjunction effects. *Thinking & Reasoning*, 4(4), 289–317.
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (1998c). Cognitive ability and variation in selection task performance. *Thinking & Reasoning*, 4(3), 193–230.
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (1999). Discrepancies between normative and descriptive models of decision making and the understanding/acceptance principle. *Cognitive Psychology*, 38(3), 349–385.
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (2000). Individual differences in reasoning: Implications for the rationality debate? *Behavioral and Brain Sciences*, 23, 645–665.
- Stevens, J. R., & Hauser, M. D. (2004). Why be nice? Psychological constraints on the evolution of cooperation. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(2), 60–65.
- Thomas, M., & Morwitz, V. (2005). Penny wise and pound foolish: the left-digit effect in price cognition. *Journal of Consumer Research*, 32(1), 54–65.
- Thomas, M., & Morwitz, V. (2008). 7 Heuristics in numerical cognition: implications for pricing. In V. R. Rao (ed.), *Handbook of pricing research in marketing* (pp. 132–149). Cheltenham, UK: Edward Elgar Publishing.
- Thomas, M., Simon, D. H., & Kadiyali, V. (2007). Do consumers perceive precise prices to be lower than round prices? Evidence from laboratory and market data. Research Paper, No 09-07, Cornell University.
- Toplak, M. E., Sorge, G. B., Benoit, A., West, R. F., & Stanovich, K. E. (2010). Decision-making and cognitive abilities: A review of associations between Iowa gambling task performance, executive functions, and intelligence. *Clinical Psychology Review*, 30(5), 562–581.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 185, 1124–1131.
- Wewley, P. (2005). Children's understanding of economics. In M. Barrett & E. Buchanan-Barrow (Eds.), *Children's understanding of society* (pp. 43–66). Hove, UK: Psychology Press.
- West, R. F., & Stanovich, K. E. (2003). Is probability matching smart? Associations between probabilistic choices and cognitive ability. *Memory & Cognition*, 31(2), 243–251.
- Woloshin, S., Schwartz, L. M., & Welch, H. G. (2005). Patients and medical statistics: Interest, confidence, and ability. *Journal of General Internal Medicine*, 20, 996–1000.
- Zikmund-Fisher, B. J., Smith, D. M., Ubel, P. A., & Fagerlin, A. (2007). Validation of the Subjective Numeracy Scale (SNS): Effects of low numeracy on comprehension of risk communications and utility elicitation. *Medical Decision Making*, 27, 663–671.

Relationships Between Mathematical Ability and Decision Making: A Perspective of Individual Difference

ZHOU Zheng¹; XIN Zi-Qiang²

(¹ Institute of Developmental Psychology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

(² Department of Psychology at School of Social Development, Central University of Finance and Economics,
Beijing 100081, China)

Abstract: Though in similar conditions, different people make diversified decisions. Such variance may derive from different levels of mathematical ability, which includes numeracy, quantity representation, probability inference, and numerical heuristics. Researchers have adopted two distinguishing paradigms in order to take an insight to the influence of mathematical ability. The most commonly used paradigm is the correlation method through which mathematical ability is regarded as an external correlate factor of decision-making; the other is the component paradigm which is applied to identify specific mathematical ability components involved in a decision-making process. Debates of the recent research lie in not only the role of mathematical ability and general cognition in decision-making, but also whether mathematical ability consistently makes a positive contribution to decision-making. Dual-system theory and fuzzy-trace theory could offer a framework for the explanation of individual difference in decision-making. Further research should focus on clarifying the above-mentioned controversy, developing a more efficient research paradigm and an unified explanation framework, as well as discovering methods to help people improve decision performance.

Key words: decision-making; mathematical ability; individual difference; dual-system theory; fuzzy-trace theory